



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

43820

Класс 9 Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания КНИТУ

| Задача | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Σ | | Подпись |
|--------|---|----|----|----|----|----|--------|----------------|--------------------|
| | | | | | | | Цифрой | Прописью | |
| Оценка | 5 | 10 | 15 | 20 | 15 | 30 | 95 | девяносто пять | <i>[Signature]</i> |

Задача 1

$$\sqrt{2012 \cdot 2014 \cdot 2016 \cdot 2018 + 16} = \sqrt{16 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (1006 \cdot 1007 \cdot 1008 \cdot 1009 + 1)}$$

$$= 4 \sqrt{(1006 \cdot 1007 \cdot 1008 \cdot 1009 + 1)} = 4 \sqrt{(1006 \cdot 1007 \cdot 1008 \cdot 1009 + 1)}$$

$$n = 1006$$

$$4 \sqrt{(n \cdot (n+1) \cdot (n+2) \cdot (n+3) + 1)} = 4 \sqrt{((n \cdot (n+3)) \cdot ((n+1) \cdot (n+2))) + 1} =$$

$$= 4 \sqrt{(n^2 + 3n) \cdot (n^2 + 3n + 2) + 1}$$

$$n^2 + 3n = t$$

$$4 \sqrt{(t \cdot (t+2)) + 1} = 4 \sqrt{t^2 + 2t + 1} = 4 \sqrt{(t+1)^2} = 4 \cdot (t+1) =$$

$$= 4(n^2 + 3n + 1) = 4(1006^2 + 1006 \cdot 3 + 1) = 4(1012036 + 3018 + 1) =$$

$= 4.1015055 = 4060220$

ответ: 4060220.

Задача 2.

выразим скорости минутной и секундной через $\frac{\text{градус}}{\text{секунда}}$

скорость минутной стрелки: $\frac{360 \text{ градусов}}{3600 \text{ сек}} = \frac{1 \text{ гр.}}{10 \text{ сек}}$

скорость часовой стрелки: $\frac{360 \text{ градусов}}{60 \cdot 12 \cdot 60 \text{ сек}} = \frac{1 \text{ гр.}}{120 \text{ сек}}$

Расстояние измеряется в градусах т.к. часы имеют круглую форму и будет составлять 360° это 1 час для минутной и 12 часов для часовой.

скорость сближения: $\frac{1}{10} - \frac{1}{120} = \frac{12-1}{120} = \frac{11 \text{ гр}}{120 \text{ с}}$

Расстояние между часами 12 и 3 на циферблате равно 90° . Значит минутная стрелка догонит часовую за $90: \frac{11}{120} = \frac{90 \cdot 120 \text{ с}}{11} = \frac{10800 \text{ с}}{11} \approx 981,72 \text{ секунды}$

можем записать 16 минут 21,7 секунда \checkmark в мин? Ответ: 16 минут 21,7 сек

Задача 3

$$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = 0$$

$$x^4 + 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = x^4 + 6x^3 + 9x^2 + 2x^2 - 4x + 2 + 7$$

$$= (x^4 + 6x^3 + 9x^2) + (2x^2 - 4x + 2) + 7 = x(x^2 + 3x)^2 + 2(x-1)^2 + 7$$

$$(x^2 + 3x)^2 + 2(x-1)^2 + 7 = 0$$

$$(x^2 + 3x)^2 + 2(x-1)^2 = -7$$

$(x^2 + 3x)^2$ - всегда неотрицательный т.к. квадрат
 $2 \cdot (x-1)^2$ - всегда неотрицательный т.к. квадрат

Значит x суммы -7 быть не может. ✓

Получается что $x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = 0$ не имеет корней. Доказано.

Задача 5.

$$\begin{cases} x+y = a-1 \\ xy = a^2 - 7a + 14 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (a-1)^2 - 2 \cdot (a^2 - 7a + 14) =$$

$$= a^2 - 2a + 1 - 2a^2 + 14a - 28 = -a^2 + 12a - 29$$

$$\begin{aligned}
 -a^2 + 12a - 29 &= -(a^2 - 12a + 29) = -(a^2 - 12a + 36) - 5) = \\
 &= -(a-6)^2 - 5) = -(a-6)^2 + 5
 \end{aligned}$$

$-(a-6)^2$ принимает наибольшее значение при $a=6$ т.к.

перед квадратом стоит минус и любые положительные выражение будет отрицательным, следовательно

наибольшее значение будет достигаться при наименьшем квадрате т.е. \otimes при $a=6$.

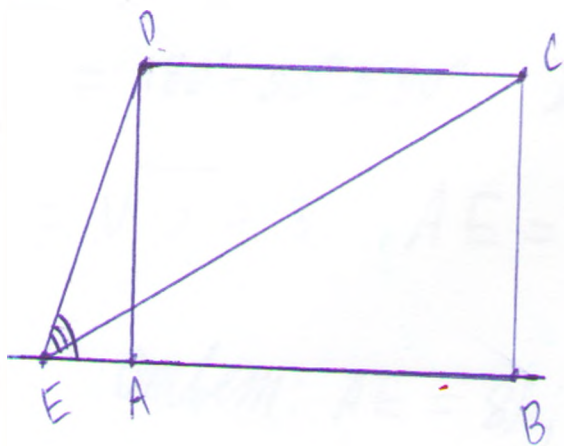
Значит x^2+y^2 будет принимать наибольшее значение при $a=6$

ответ: $a=6$.

еще лучше если

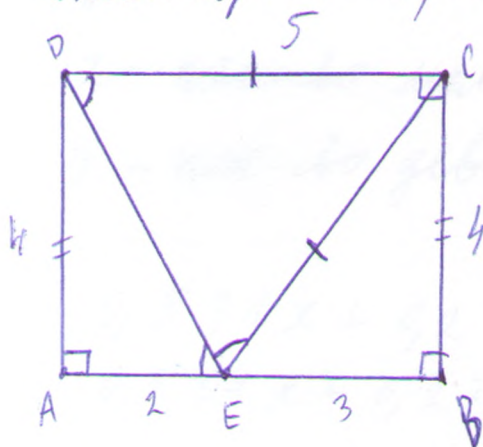
Задача 6

Всего может быть два варианта. Когда E лежит на отрезке AB и вне этого отрезка, рассмотрим только за точкой B. т.к. если E будет лежать за точкой A, то $\angle AED \neq \angle DEC$.



По рисунку видно что $\angle AED \neq \angle DEC$

Рассмотрим первый вариант:

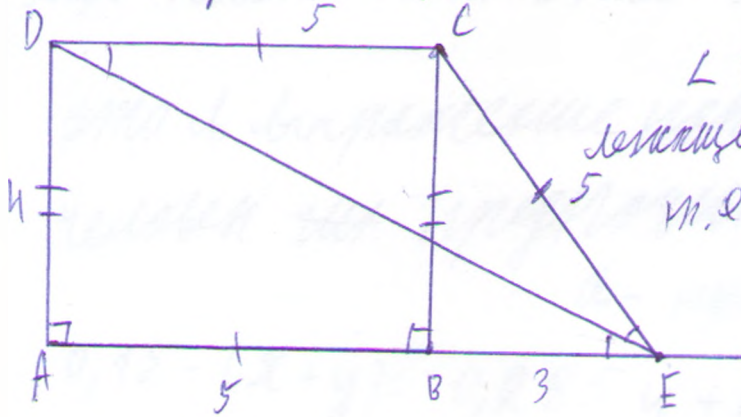


$\angle EDC = \angle AED$ как накрест лежащий. Значит $\triangle DCE$ равнобедренный получается $DC = CE$

Найдём EB. Так как это прямоугольный,

так, что $\angle EBC = 90^\circ$. Значит $EB = \sqrt{EC^2 - BC^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$. $AE = 5 - 3 = 2$

Рассмотрим второй вариант



$\angle EDC = \angle AED$ как накрест лежащие. Значит $\triangle CED$ равнобедренный т.е. $DC = CE$

Угледем EB .

$$\angle CBE = 180^\circ - \angle ABC =$$

$$= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \text{ Значит } EB = \sqrt{CE^2 - BC^2} = \sqrt{25 - 16} =$$

$$= \sqrt{9} = 3. \quad AE = 5 + 3 = 8$$

Ответ: $AE = 8$; **2**.

Задача 4

x - кол-во мальчиков

y - кол-во девочек

$$0,531x + 0,234y = 0,477 \cdot (x + y)$$

$$0,531x + 0,234y = 0,477x + 0,477y$$

$$0,531x - 0,477x = 0,477y - 0,234y$$

$$0,054x = 0,243y \quad | \cdot 1000$$

$$54x = 243y$$

$$x = 4,5y$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

43820

Мы нашли отношение x и y . Теперь подставим

это в выражение указывающее кол-во человек ~~на~~ предпринимателя считая с будущим.

a - процент мальчиков, считающих с будущим

$$0,15 \cdot (x+y) = 0,285y + a \cdot x$$

$$0,15 \cdot 5,5y = 0,285y + a \cdot 4,5y$$

$$0,825y = 0,285y + a \cdot 4,5y$$

$$a \cdot 4,5y = 0,825y - 0,285y = 0,54y$$

$$a = \frac{0,54y}{4,5y} = \frac{0,54}{4,5} = 0,12 = 12\%$$



Ответ: 12% мальчиков предпринимает бизнес в классическом виде, т.е. на чужих деньгах