ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 43942

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	4	0	20	9	30	68	шестьдесят восемь	

№1

$x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0$

$(x^4-4x^3+4x^2)+8(x^2-3x+3)=0$

$(x^2-2)^2+8(x^2-3x+3)=0$

$(x^2-2)^2\geq 0$

Пусть

$x^2-3x+3=0$, тогда

$D=9-3\cdot4=-3<0 \Rightarrow x^2-3x+3\neq0$ и $x^2-3x+3>0$ $\Rightarrow (x^2-2)^2+8(x^2-3x+3)\neq0$

Ответ: $x\in\varnothing$

№3

$y=\sin^2 x$

$y'=\sin 2x$

$y''=\cos 2x$

$y'''=-\sin 2x$

$y''''=-\cos 2x$

$y'''''=\sin 2x$

из ~~нахо~~ находим последовательность. Число повторяющихся через каждые 4 числа $\Rightarrow \frac{2019}{4}=504+3 \Rightarrow$ перед числом y^{2019} будет 504 ~~пар~~ одинаковые группы чисел и $y^{2019}=y'''=-\sin 2x$

Ответ: $y^{2019}=-\sin 2x$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 43942

№2.

$(4-\sqrt{15})^x + (4+\sqrt{15})^x \leq 62$

$(4-\sqrt{15})^x \cdot (4+\sqrt{15})^x = (16-15)^x = 1^x = 1 \Rightarrow (4-\sqrt{15})^x = \frac{1}{(4+\sqrt{15})^x}$

Пусть

$(4+\sqrt{15})^x = a$

$\frac{1}{a} + a \leq 62$

$1 + a^2 \leq 62a$

$a^2 - 62a + 1 \leq 0$

$D = 62^2 - 4 = (62-2)(62+2) = 8^2 \cdot 2^2 \cdot 15$

$a = \frac{62 \pm 16\sqrt{15}}{2} = 31 \pm 8\sqrt{15}$

$a \in [31 - 8\sqrt{15}; 31 + 8\sqrt{15}]$.

$\begin{cases} 31 - 8\sqrt{15} \leq (4+\sqrt{15})^x \\ a \geq 0 \\ 31 + 8\sqrt{15} \geq (4+\sqrt{15})^x \end{cases}$ $\begin{cases} [4-\sqrt{15}]^2 \leq (4+\sqrt{15})^x \\ a \geq 0 \\ (4+\sqrt{15})^2 \geq (4+\sqrt{15})^x \end{cases}$

$x \leq 2$

Ответ: $x \in (-\infty; 2]$.

№6

$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x^2 + xz + z^2 = 9 \\ y^2 + yz + z^2 = 36 \end{cases}$

Т.к. $x > 0$; $y > 0$; $z > 0$, то $y \leq \sqrt{4}$, $z \leq \sqrt{9}$

Иначе 1 и 2 уравнения не имеют корней.

Рассмотрим 3-е уравнение

$y^2 + yz + z^2 = 36$. Возьмем максимально возможные значения y и z: $y = 2$ и $z = 3$,

тогда $4 + 2 \cdot 3 + 9 = 19 < 36$? $\Rightarrow$ ~~это~~ уравнение $y^2 + yz + z^2 = 36$ не имеет корней $\Rightarrow$

система так же не имеет корней

Ответ: система не имеет корней.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 43 942

№4

Всего 32 бойца. Пусть каменщиков $= k$; бетонщиков $= b$, плотников $= p$, тогда, и людей, влад. 2-мя проф. $= x = p+2$

$$\begin{cases} б = \frac{p}{2} \\ k = np \\ x = p+2 \end{cases}$$

Составим уравнение и выразим все через p

$б + p + k - x = 32$

$0{,}5p + p + np - p - 2 = 32$

$p(n+0{,}5) = 34$

Кол-во бетонщиков целое $\Rightarrow$ $\frac{p}{2}$ - целое $\Rightarrow$ $p \vdots 2$ и $\frac{p}{2} = y$, тогда

$2y(n+0{,}5)=34$

$y(2n+1)=34$

$$\left.\begin{cases} 2n+1 - \text{нечетное} \\ y \text{ и } 2n+1 - \text{целые} \\ 34 = 2 \cdot 17 \end{cases}\right\} \Rightarrow 2n+1=17 \text{ и } y=2 \Rightarrow p=4$$

$n = 8$

$32 - (p+2) = 32 - 4 - 2 = 26$ (бойцов с одной профессией)

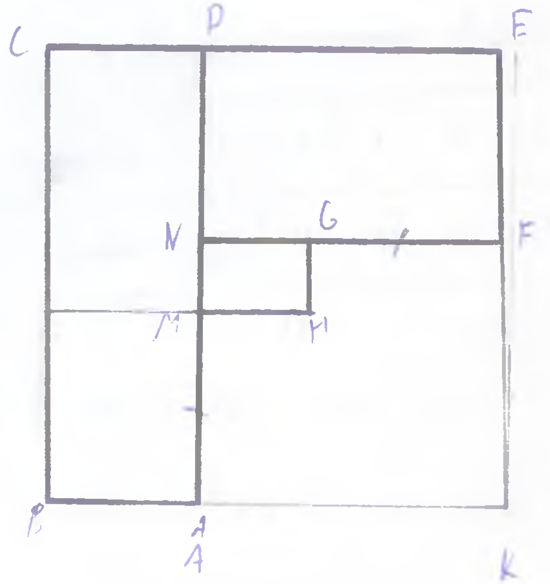
Ответ: 26 бойцов с одной профессией.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 43942

№5



Дано: $MA = GF = 20$м

$MH = 15$м ; $GH \geq 10$м

$S_{ABCEFGHM}$

Найти: min P

Найти: BK ; KE и GH

Решение

$NF = MH + GF = 20 + 15 = 35$м

$S = AB \cdot (MA + GH + DN) + DN \cdot NF + GH \cdot MH = 1600$ м²

$AB \cdot (20 + GH + DN) + DN \cdot 35 + GH \cdot 15 = 1600$

$P = DN + GN + AM + AB + AM + MH + GH + AM + DN + NF + AB = 2DN + 3AM + 2GH + 2AB + MH + NF =$

$= 2DN + 60 + 2GH + 2AB + 35 + 15 = 2DN + 2GH + 2AB + 110$

Периметр должен быть наименьшим ~~квадрат~~ при наименьшем периметре

Площадь будет наименьшей если $BCEK$ – квадрат $\Rightarrow$

$AB + NF = AM + GH + DN \Rightarrow AB = 20 + GH + DN - 35 = GH + DN - 15 \Rightarrow$

$\Rightarrow P = 2DN + 2GH + 2GH + 2DN - 30 + 110 = 4DN + 4GH + 80$

$GH \downarrow$ $DN \uparrow$ и 200 ?

$GH_{min} = 10 \Rightarrow S = (GH + DN - 15)(20 + GH + DN) + DN \cdot 35 + GH \cdot 15 = 1600$

$(DN - 5)(30 + DN) + 35DN = 1450$

$30DN - 150 - 5DN + DN^2 + 35DN - 1450 = 0$

$DN^2 + 60DN - 1600 = 0$

$D = 3600 + 6400 = 100^2$

$DN = \frac{-60 + 100}{2} = 20$

$P = 80 + 40 + 80 = 200$ м

Ответ: $P = 200$м, $BK = 50$м, $KE = 30$м, $GH = 10$м