ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 44 770

Класс 9 Вариант 11 Дата Олимпиады 02.02.2019

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	15	9	15	30	84	восемьдесят четыре	

№ 1

$A=\sqrt{2013\cdot2015\cdot2017\cdot2019+16}$

$A^2=2013\cdot2015\cdot2017\cdot2019+16$

$(A-4)(A+4)=2013\cdot2015\cdot2017\cdot2019$

$(A-4)(A+4)=(2016^2-3^2)(2016^2-1^2)$

$(A-4)(A+4)=(2016^2-5-4)(2016^2-5+4)$

Тогда при $A=2016^2-5$ уравнение превращается в верное равенство. Других ответов очевидно нет.

Ответ: 2016^2-5

№ 2

Выразим скорости в °/ч. За час часовая стрелка проходит $\frac{1}{12}$ циферблата, что равно $\frac{360}{12}=30$°/ч. Минутная же проходит полный круг, значит её скорость - 360°/ч. Тогда их скорость сближения равна $360-30=330$°/ч, а расстояние равно $\frac{360}{12}\cdot5=150°$. Тогда минутная стрелка догонит часовую через $\frac{150}{330}=\frac{15}{33}=\frac{5}{11}$ ч.

Ответ: $\frac{5}{11}$ ч

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 44770

№ 3

$x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0$

$x^4-4x^3+4x^2+6x^2-24x+24+2x^2=0$

$x^2(x^2-4x+4)+6(x^2-4x+4)+2x^2=0$

$(x^2+6)(x^2-4x+4)+2x^2=0$

Заметим, что $2x^2\geq 0$. Тогда $(x^2+6)(x^2-4x+4)\leq 0$. Но если $2x^2=0$, то $x=0$, а значит $x^4-4x^3+12x^2-24x+24=24\neq 0$. Значит $2x^2>0$. Следовательно и $(x^2+6)(x^2-4x+4)<0$. Заметим, что при любом x $x^2+6>0$, т.к. $x^2\geq 0$; $6>0$. Значит $x^2-4x+4<0$. Докажем, что это не так. ~~Т~~ $x^2-4x+4=(x-2)^2$, что больше либо равно 0. Значит это уравнение не имеет решений.

ч. т. д.

✓

№ 5

Заметим, что $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$, т.к. $(x+y)^2-2xy=x^2+2xy+y^2-2xy=x^2+y^2$. Из условия задачи известно, что $x+y=a+1$, а $xy=a^2-7a+16$. Тогда:

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(a+1)^2-2(a^2-7a+16)=a^2+2a+1-2a^2+14a-32=$
$=-a^2+16a-31=-a^2+16a-64+33=33-(a-8)^2$.

Т.к. $(a-8)^2\geq 0$, то $33-(a-8)^2\leq 33$, при этом максимальное значение достигается при $(a-8)^2=0$
$a-8=0$
$a=8$

Ответ: 8

?

Требуется ещё исследование

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 44770

№ 4.

Обозначим число девочек за d, число мальчиков за m, ~~иско~~ искомое число процентов за x. Тогда известно, что:

$$\begin{cases} \dfrac{d\cdot x\%}{100\%} + \dfrac{m\cdot 20\%}{100\%} = \dfrac{(m+d)\cdot 15{,}1\%}{100\%} \\ \dfrac{d\cdot(100-63-x)\%}{100\%} + \dfrac{m\cdot 47\%}{100\%} = \dfrac{(m+d)\cdot 37{,}2\%}{100\%} \end{cases}$$

$$\begin{cases} dx + 20m = 15{,}1m + 15{,}1d \\ d(37-x) + 47m = 37{,}2m + 37{,}2d \end{cases}$$

?

$$\begin{cases} 4{,}9m = (15{,}1-x)d \\ 9{,}8m = (0{,}2+x)d \end{cases}$$

Тогда $\dfrac{m}{d} = \dfrac{15{,}1-x}{4{,}9} = \dfrac{0{,}2+x}{9{,}8}$. Тогда:

$$\frac{15{,}1-x}{4{,}9} = \frac{0{,}2+x}{9{,}8}$$

$$\frac{30{,}2-x}{9{,}8} = \frac{0{,}2+x}{9{,}8}$$

?

$$30{,}2 - x = 0{,}2 + x$$

$$2x = 30$$

$$x = 15\%$$

Ответ: 15%

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

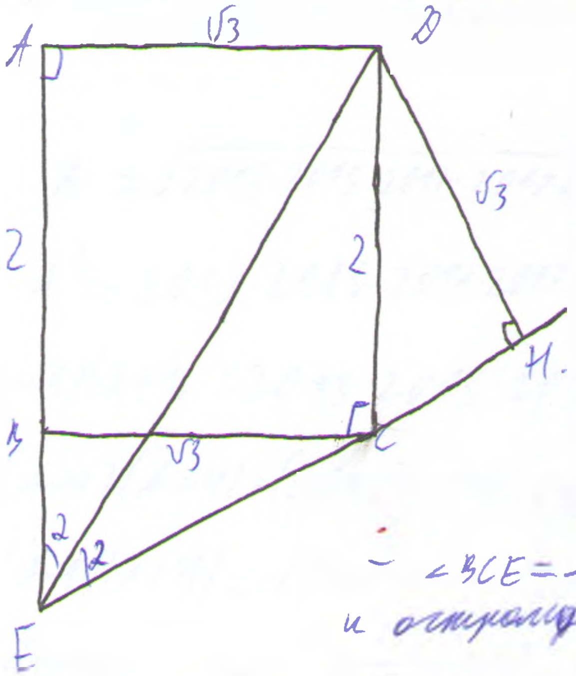
$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 44770

№6

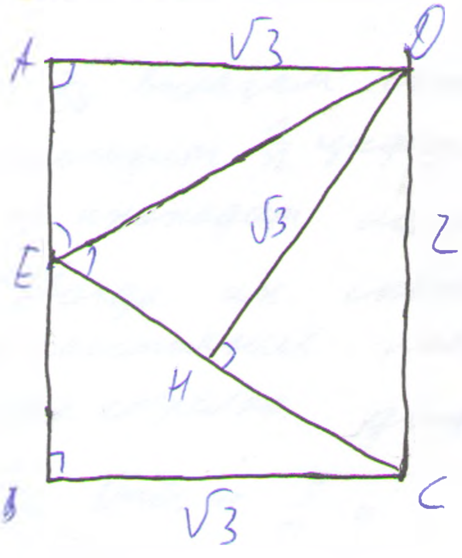
Заметим, что если точка E лежит на продолжении AB за точку A, то $\angle DEA = \angle DEC + \angle AEC$, при этом $\angle AEC$ очевидно больше 0. Значит это невозможно. Рассмотрим два случая.

I. E лежит на продолжении AB за B



Опустим высоту DH на прямую EC. Очевидно, что H лежит на продолжении EC за C, т.к. $\angle DCE = \angle DCB + \angle BCE = 90 + \angle BCE > 90$. Тогда, т.к. $\angle AED = \angle DEC$, ED — биссектриса $\angle AEC$ => высоты опущенные на AE и EH из D равны. Т.к. $\angle A = 90^\circ$, то $AD = DH = \sqrt{3}$. ~~Обозначим~~ Заметим, что $\angle BEC = 90 - \angle BCE = 180 - \angle DCB - \angle BCE = \angle DCH$. Тогда $\triangle DCH = \triangle BEC$ по катету и острому углу. Заметим, что по теореме Пифагора BE равное $CH = \sqrt{DC^2 - DH^2} = \sqrt{2^2 - \sqrt{3}^2} = \sqrt{4-3} = \sqrt{1} = 1$. Тогда $AE = 2+1 = 3$.

II. E лежит на AB



Опустим высоту DH на EC. Очевидно, что H лежит на EC, т.к. $\angle AED < 90^\circ$, и $\angle DCE < 90$. Заметим, что $\angle BEC = 90^\circ - \angle BCE = \angle DCH$. Тогда $\triangle DHC = \triangle BEC$, ~~так как~~ по острому углу и катету ($BC = AD$ (из прямоугольника) и $AD = DH$ (ED — биссектриса)). Тогда $BE = CH$, а она по теореме Пифагора $CH = \sqrt{2^2 - \sqrt{3}^2} = \sqrt{4-3} = 1$. Тогда $AE = AB - BE = 2 - 1 = 1$

Ответ: 3; 1