ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

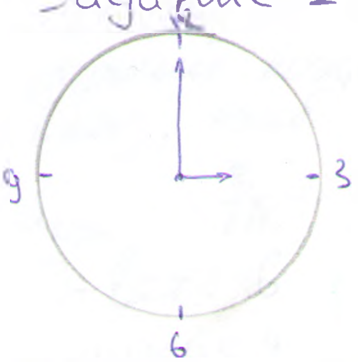
ШИФР 33764

Класс 10 Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.2019.

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	10	20	18	4	67	шестьдесят семь	

Задание 1



В ровно 3 часа угол м/у минутной и часовой стрелками составлял 90°. При этом скорость минутной стрелки – 6 градусов в минуту / полный круг в 360° за час = 60 минутам), часовой стрелки – 0,5 градуса в минуту / $\frac{1}{12}$ круга за 60 минут.

Тогда минутная стрелка до места, где они бы- равняются будет идти τ минут, часовая столько же. Справедливо уравнение: ~~0,5τ~~ $0{,}5°\tau + 90° = 6°\tau$, т.к. первонач. м/у ними было 90°, $90° = 5{,}5°\tau$;

$180° = 11°\tau$; $\tau = 16\frac{4}{11}$ (мин)

Ответ: $16\frac{4}{11}$ мин

Задание 2

$\sqrt{2017} + \sqrt{2019} \vee 2\sqrt{2018}$ / Возведем в кв-т, т.к. эти числа неотриц.

$2017 + 2\sqrt{2017 \cdot 2019} + 2019 \vee 4 \cdot 2018$

$4036 + 2\sqrt{2017 \cdot 2019} \vee 4 \cdot 2018$

$2\sqrt{2017 \cdot 2019} \vee 2 \cdot 2018$

$\sqrt{2017 \cdot 2019} \vee 2018$ / Возведём в кв-т, т.к. эти числа неотриц.

$2017 \cdot 2019 \vee 2018^2$

$4072323 < 4073324$,

получили, что $2018^2 > 2017 \cdot 2019$, а значит $\sqrt{2017} + \sqrt{2019} < 2\sqrt{2018}$,

$A < B$

$$\begin{array}{r} 2019 \\ \times 2017 \\ \hline 14133 \\ +2019 \\ +0000 \\ +4038 \\ \hline 4072323 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2018 \\ \times 2018 \\ \hline 16144 \\ +2018 \\ +0000 \\ +4036 \\ \hline 4072324 \end{array}$$

Задание 3

$\begin{cases} x+y=a-1 \\ xy=a^2-7a+14 \end{cases}$ /Возведем в кв-т: /умножим обе части на 2

$\begin{cases} x^2+2xy+y^2=a^2-2a+1 & (1) \\ 2xy=2a^2-14a+28 & (2) \end{cases}$

Вычтем из (2) (1)-ое:

$x^2+2xy+y^2-2xy=a^2-2a+1-2a^2+14a-28$

$x^2+y^2=-a^2+12a-27$

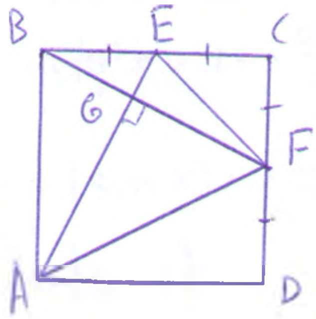
x^2+y^2 приним. макс. знач. тогда, когда ф-ция $-a^2+12a-27$ принимает макс. знач.; старший коэфф. $=-1<0$, зн-т „ветви" направлены вниз, наиб. знач. ф-ция принимает в a вершине

$a_{верш}=-\frac{B}{2A}=\frac{-12}{-2}=6$, зн-т $(x^2+y^2)_{max}=6$

Ответ: 6

V — нужно учесть, что x и y решения были действительны!

Задание 4



1) Рассмотрим $\triangle ABE$ и $\triangle BCF$ – равные, ~~т.к. BE=CF~~, т.к. $BE=CF$; $AB=BC$; $\angle ABC=\angle BCD$. Из рав-ва след.: $\angle BAE=\angle CBF$. При этом $\angle ABG=90°-\angle CBF=90°-\angle BAE$

2) По т. о сумме углов в $\triangle ABG$; $\angle BGA=180°-\angle ABG-\angle BAG=180°-90°+\angle BAE-\angle BAE=90°$, зн-т $\angle AGF=90°$, т.к. это смежный $\angle BGA$ угол

3) $S_{ABE}=S_{ADF}=\frac{1}{2}\cdot BE\cdot AB=\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{a}{2}=\frac{a^2}{4}$ /Я принял $AB=a$, $\triangle ABE=\triangle ADF$ аналог. п. 1)

4) По т. Пифагора из $\triangle AFD$ получаем: $AF=\sqrt{\frac{a^2}{4}+a^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}a$, $AF=AE$ по доказ.

5) $S_{ECF}=\frac{1}{2}\cdot EC\cdot CF=\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2}=\frac{a^2}{8}$, $S_{AECF}=S_{ABCD}-S_{ABE}-S_{AFD}=$

$=a^2-\frac{a^2}{4}-\frac{a^2}{4}=\frac{a^2}{2}$; $S_{AEF}=\frac{a^2}{2}-\frac{a^2}{8}=S_{AECF}-S_{ECF}=\frac{3}{8}a^2$

6) ~~Ро~~ Рассмотрим $\triangle EAF$ – р/б, тогда $S_{EAF}=\frac{1}{2}\cdot AE\cdot AF\cdot\sin\angle EAF$;

$\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot a\cdot a\cdot\sin\angle EAF=\frac{3}{8}a^2$

$\frac{5}{8}\cdot\sin\angle EAF=3/8$; $\sin\angle EAF=3/5$

7) $\triangle AGF$ – прямоуг. по доказ., $GF=3k$; $AF=5k$ / введён коэф. пропорц., исходя из $\sin\angle EAF$)

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 33764

8) По т. Пифагора из △AGF: $AG=\sqrt{AF^2-GF^2}=\sqrt{25k^2-9k^2}=4k$

$AF=\frac{\sqrt5}{2}a=5k$; $5k=\frac{\sqrt5}{2}a$; $k=\frac{\sqrt5}{10}a$

9) Тогда $AG=4k=\frac{4\sqrt5}{10}a=\frac{2\sqrt5}{5}a$; $FG=3k=\frac{3\sqrt5}{10}a$;

$S_{AGF}=\frac12 AG\cdot GF=\frac12\cdot\frac{2\sqrt5}{5}\cdot\frac{3\sqrt5}{10}\cdot a\cdot a=\frac{2\cdot3\cdot5}{2\cdot5\cdot10}a^2$

$S_{AGF}=\frac{3}{10}a^2$

10) $S_{GECF}=S_{AECF}-S_{AGF}=\frac{a^2}{2}-\frac{3a^2}{10}=\frac{2a^2}{10}$

$\frac{S_{AGF}}{S_{GECF}}=\frac32$; $S_{AGF}>S_{GECF}$

Ответ: $\frac{S_{AGF}}{S_{GECF}}=\frac32$; $S_{AGF}>S_{GECF}$

Задание 5

$y=\sqrt{1-\cos^2x}\cdot\sqrt{1+ctg^2x}\cdot\sqrt{x^2-6x+9}$

$1-\cos^2x=\sin^2x$ на основ. основного тригоном. тожд-ва

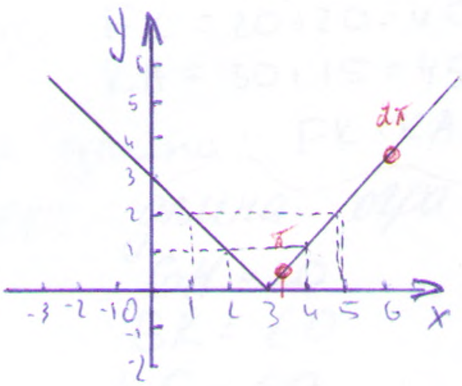
$1+ctg^2x=1+\frac{\cos^2x}{\sin^2x}=\frac{\sin^2x+\cos^2x}{\sin^2x}=\frac{1}{\sin^2x}$

$y=|\sin x|\cdot\left|\frac{1}{\sin x}\right|\cdot\sqrt{(x-3)^2}$

$y=|x-3|$

x	1	2	3	4	5
y	2	1	0	1	2

$x\neq \pi n,\ n\in Z$



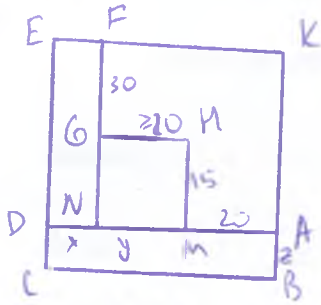
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 33 764

Задание 6



Пусть $DN=x$; $NM=y$; $AB=z$

1) Длиной ограждения будет являться P_{BCEK} - периметр, для наим. длины GH должно быть минимально, т.е. $GH=20=NM=y=20$

2) Внутри NFKA может уместиться 6 прямоуг. NGHM, при этом $S_{NGHM}=20\cdot15=300$, при этом $S_{EFND}+S_{ABCD}+S_{NGHM}=45\cdot x+(40+x)\cdot z+300=2100$,
$45x+(40+x)\cdot z=1800$

3) $S_{BCEK}=S_{EFND}+S_{ABCD}+S_{NFKA}=45x+(40+x)\cdot z+1800=3600$

$45x+40z+xz+40\cdot45=3600$

$45(40+x)+z(40+x)=3600$

$(40+x)(45+z)=3600$. Наим. знач. суммы $(40+x)$ и $(45+z)$ будет достигаться при $(40+x)=(45+z)=60$ - на основании факта из школьной программы.

Тогда $x=20$; $z=15$.

Получили: $GH=20$

$BK=30+15+15=60$

$KE=20+20+20=60$

Тогда $FK=20+20=40$

$KA=30+15=45$

Вся длина: $FK+KA=40+45=95$

Ответ: длина огражд. $=95$

$GH=20$

$BK=60$

$KE=60$

ограда имеет длину $BC+CE+EK+KB=240$!