ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 41851

Класс 10А **Вариант** 12 **Дата Олимпиады** 09.02.2018

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	10	20	20	9	74	семьдесят четыре	

N 3

$$\begin{cases} (x+y)=a-1 \\ xy=a^2-7a+14 \end{cases}$$

$(x+y)^2=a^2-2a+1$

$x^2+y^2+2xy=a^2-2a+1$

$x^2+y^2=a^2-2a+1-2xy=$

$=a^2-2a+1-2a^2+14a-28=$

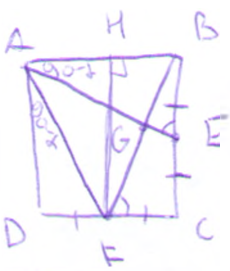
$=12a-a^2-27$

Это парабола ветвями вниз отн. a

максимум в вершине параболы вершина это $-\frac{12}{-2}=6$

Ответ: ~~в точке~~ $a=6$ нужно учесть действительность x, y

N 4



$\angle BEA=\angle DAE$ т.к. $DA \parallel BE$ $=\alpha$

$AB=c$

$FH=BC=c$

и еще, из симметрии $\angle DAF=\angle EAB=90-\angle BEA=$

тогда ~~$\angle AFD=\alpha$~~ α $=90-\alpha$

~~тк~~ $\angle AFD=90-\angle DAF=90-(90-\alpha)=\alpha$

и из симметрии $\angle BFC=\angle AFD=\alpha$.

тогда $\triangle BEG \sim \triangle BFC$ по. двум углам

$BF^2=FC^2+BC^2=$

$=\frac{c^2}{4}+c^2=\frac{5}{4}c^2$

$BF=\frac{\sqrt5}{2}c$

($\angle B$ общий, $\angle BEG=\angle BFC$)

$\frac{S_{BEG}}{S_{BFC}}=k^2=\left(\frac{BE}{BF}\right)^2=\left(\frac{\frac{c}{2}}{\frac{\sqrt5}{2}c}\right)^2=\left(\frac{1}{\sqrt5}\right)^2=\frac{1}{5}$

$S_{BEG}=\frac{c^2}{4\cdot5}=\frac{c^2}{20}$

$S_{BCF}=\frac{1}{2}\cdot\frac{c}{2}\cdot c=\frac{c^2}{4}$

не ответ

$S_{BFC}-S_{BEG}=S_{CFEG}=\frac{c^2}{4}-\frac{c^2}{20}=\frac{4c^2}{20}=\frac{c^2}{5}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 4851

№1.

пока стрелка часов проходит x°, стрелка минут проходит $12x^\circ$; т.к за час минутная проходит 360°, а часовая 30° (между двумя соседними часами) т.к одно деление -30°, т.к это $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$, тогда

С - место встречи

если стрелка часов прошла x градусов, то $\angle ABC = (90+x)^\circ$, а с другой стороны $(12x)^\circ$

$(90+x) = 12x$

$x = \frac{90}{11}$ $\quad \frac{x}{30}$ - кол-во прошедших часов

Ответ: $\frac{90}{11 \cdot 30} = \frac{3}{11}$ часа

№2.

~~A V B~~ доказать, что

$A>0 \quad B>0$

$2\sqrt{2018} > \sqrt{2017}+\sqrt{2019}$ возведем в квадрат

$4 \cdot 2018 > 2017+2019+2\sqrt{2017 \cdot 2019}$

$2 \cdot 2018 > 2\sqrt{2017 \cdot 2019}$ $\quad \sqrt{2017 \cdot 2019}$ и $2018 > 0$ возведем в квадрат

$2018 > \sqrt{2017 \cdot 2019}$

$2018^2 > 2017 \cdot 2019$

$2018^2 > (2018-1)(2018+1)$

$2018^2 > 2018^2-1$

$0 > -1$

$1>0$

Ч.Т.Д

запиши ответ явно!

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 41851

№5 Продолжение.

$y=\sqrt{1-\cos^2 x}\cdot\sqrt{1+ctg^2 x}\cdot\sqrt{x^2-6x+9}=$

$=\sqrt{\sin^2 x}\cdot\sqrt{1+\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}}\cdot\sqrt{(x-3)^2}=$

$=|\sin x|\cdot\sqrt{\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\sin^2 x}}\cdot|x-3|=$

$=|\sin x|\cdot\sqrt{\frac{1}{\sin^2 x}}\cdot|x-3|=\frac{|\sin x|}{|\sin x|}\cdot|x-3|=|x-3|$

график

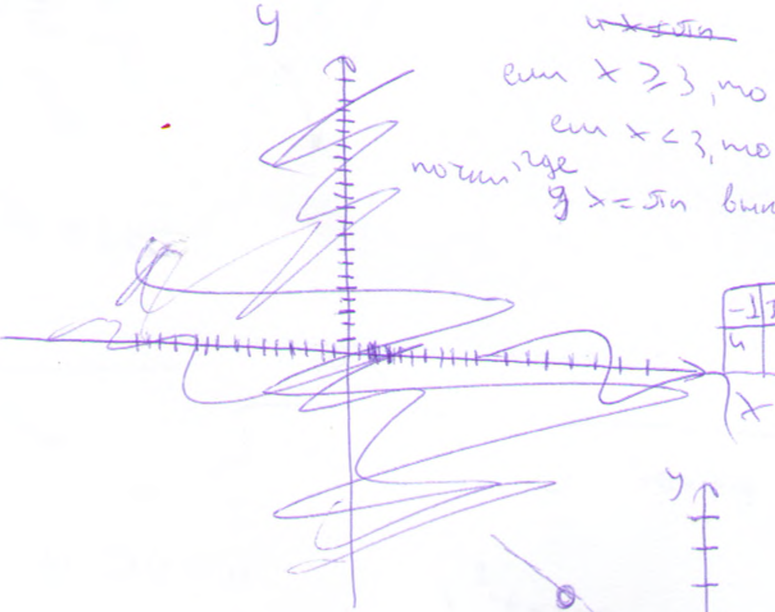
~~и $x\neq\pi n$~~

если $x\geq 3$, то $y=x-3$

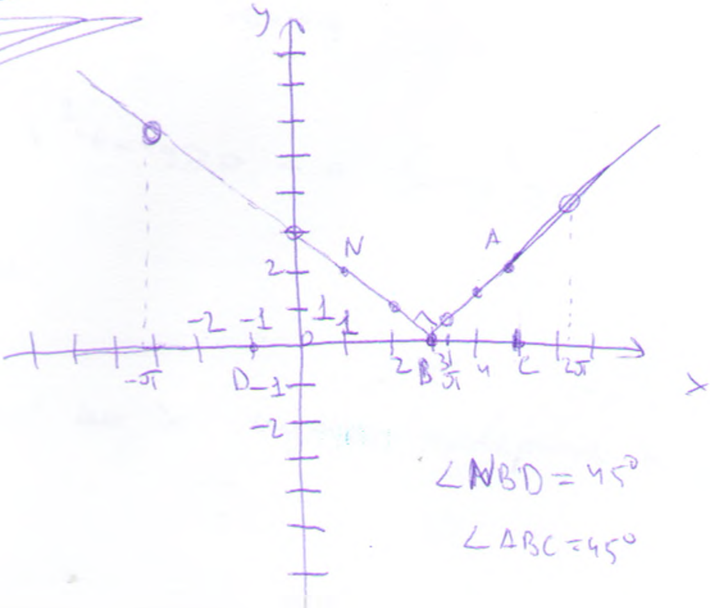
если $x<3$, то $y=3-x$

почти где

где $x=\pi n$ выкалываем



-1	~~0~~	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4		2	1	0	1	2	3	4	5	6



$\angle NBD=45^\circ$

$\angle ABC=45^\circ$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 41851

№4 продолжение

$$\frac{BG}{BC}=\frac{BE}{BF} \qquad BG=\frac{BC\cdot BE}{BF}$$

$$BG=\frac{c\cdot c}{2\cdot\frac{\sqrt5}{2}c}=\frac{c}{\sqrt5}$$

$$GF=BF-BG=\frac{\sqrt5}{2}c-\frac{c}{\sqrt5}=c\left(\frac{\sqrt5}{2}-\frac{1}{\sqrt5}\right)=c\left(\frac{3}{2\sqrt5}\right)$$

$$S_{\Delta AGF}=S_{\Delta ABF}\cdot\frac{GF}{BF}=\frac{c\cdot c}{2}\cdot\frac{c\cdot 3}{2\sqrt5\cdot\frac{\sqrt5}{2}c}=\frac{c^2\cdot 3}{10}$$

$$\frac{c^2\cdot3}{10} \vee \frac{c^2}{5}$$

$$\frac{3}{10}\vee\frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{10}\vee\frac{2}{10}$$

$$\frac{3}{10}>\frac{2}{10}$$

Ответ: $S_{\Delta AGF}>S_{\Delta EGFC}$

№5

$$y=\sqrt{1-\cos^2x}\cdot\sqrt{1+ctg^2x}\cdot\sqrt{x^2-6x+9}$$

$1-\cos^2x$ всегда ≥0 т.к $\cos^2x\leq1$

$x^2-6x+9\geq0$ т.к $(x-3)^2\geq0$

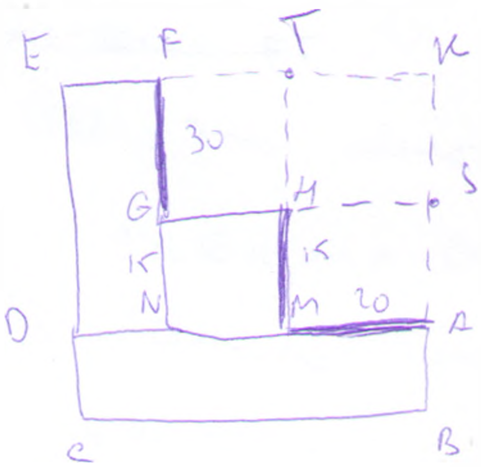
$1+ctg^2x$ всегда больше 0 т.к $1>0$ $ctg^2x\geq0$

~~ctg^2x~~ тогда из ограничений на x нужно проверить, когда ctg^2x существует

$D(ctg^2x)=D\left(\frac{\cos^2x}{\sin^2x}\right)$ $\sin^2x\neq0$ $\sin x\neq0$ $x\neq\pi n$, где $n\in Z$

ШИФР 41851

№6



$GH \geq 20$ наименьшая длина ограждения это оболочка нашего лагеря, то есть $CE+CB+AB+$ $+AM+MH+HG+GF+EF=P$

т.к $GHNM$ - прямоугольник, то $GN=MH=15$ м

$EDNF$ - прямоугольник, то

$AD=CD$ т.к $ABCD$ прямоугольник

$ED=FN=\cancel{45}\ 30+15=45$ м

~~EF 45+~~

$GH=NM$ т.к $GHMN$ квадрат

$EF\cdot ED+DC\cdot BC+GH\cdot HM=2100\text{ м}^2$

$EF\cdot 45+DC\cdot BC+GH\cdot 15=2100\text{ м}^2$

$BC=AD$ т.к $ABCD$ прямоугольник

$AD=AM+NM+DN=AM+GH+EF=BC=20+GH+EF$

$EF\cdot 45+CD(20+GH+EF)+GH\cdot 15=2100\text{ м}^2$

$GH=20+x$, $x\geq 0$ $\quad EF=y$, $y\geq 0$ $\quad CD=z$, $z\geq 0$

$45y+z(40+x+y)+300+15x=2100\text{ м}^2$

$45y+z(40+x+y)+15x=1800$

$P=$ ~~...~~ $ED+CD+AM+GH+EF+CD+20+15+$

$GH+30+EF=110+2CD+20+40+2x+2y=$

$=170+2(z+x+y)=P$

мы хотим его минимизировать

сл-но мы должны минимизировать

$x+y+z$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 41851

№6. Продолжение

~~$GH=30+x=$ FT~~

Все это оболочка, это периметр прямоугольника BCEK, т.к. $GH=FT$, $AM=TK$, $KS=FG$, $AS=HM$, ~~AB~~ а остальные стороны остались на месте

$EK=BC=a$

$KB=EC=b$.

S_{ECBK} это $S_{лагеря}+S_{HMAS}+S_{FGSK}=$

$=2100+1530+\cancel{30\cdot 2}\ 30\cdot(20+x+20)=$

$=2100+300+1200+30x=$

$=3600+30x$

~~нам по периметру нужно минимизировать~~

~~SEB~~ $S_{BECK}=3600+30x=ab$

нам нужно минимизировать P_{BECK}, то есть $2(a+b)$, то есть минимизирует $a+b$

$b=\dfrac{3600+30x}{a}$ $a\neq 0$

~~36~~ $a+b=\dfrac{3600+30x+a^2}{a}$ т.к. $x\geq 0$ и $a\geq 0$, то чем меньше x, тем ~~лучше~~ меньше P, тогда $x=0$

$a+b=\dfrac{3600+a^2}{a}$ ~~получим~~ ~~отмеч~~ сначала, что $a=p^2$ $a+b=\dfrac{3600+p^2}{\ldots}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 41851

продолжение №6.

$a+b = \frac{3600+p^4}{p^2}$ найдем минимум. Возьмем производную от $\frac{3600+p^4}{p^2}$ по p и приравняем к нулю, так как там минимум (это не максимум, так как максимум не ограничен)

$$\left(\frac{3600}{p^2}+p^2\right)' = \cancel{3600}$$

$$= \frac{-2\cdot 3600}{p^3}+2p=0$$

$$2p = \frac{7200}{p^3}$$

$$2p^4 = 7200$$

$$p^4 = 3600$$

$$p^2 = 60 = a$$ ~~от~~ ~~провер~~

$$\cancel{(a+b) = 3600+p}$$

$2(a+b)$ — периметр ограждения, то есть $2\cdot\frac{3600+a^2}{a} = \frac{7200+7200}{60} = \frac{1440}{6} = 240$

Ответ: 240 — минимальная длина забора. ~~периметра~~

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 47851

Продолжение №6

какие при этом могут быть BK и KE?

~~BK KE =~~

$(BK+KE)\cdot 2 = 240$

$BK \cdot KE = 3600$

$BK = AB+15+30 = 45+AB$

$KE = EF+20+20 = 40+EF$

~~BK +KE~~ $BK \geq 45$

$KE > 40$

max ми. вычисл, при минимуме $x=0$

м-м $GH = 20$

$S_{\text{мачере}} = EF\cdot 45 + AB\,(40+EF) + 300 = 2100$

$45EF + 40AB + AB\,EF = 1800$

$AB(40+EF) = 1800 - 45EF$

$AB = \dfrac{1800 - 45EF}{40+EF}$

$EF \leq 40$

$AB < 45$

~~35 80 35 AB=35~~

~~35 EF 40 + 35EF = 1800~~ ~~45EF~~

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 41851

Продолжение №6

$BK+KE=120$

$BK=120-KE$

~~BK =~~

$45+AB=120-40-EF$

$AB=35-EF$, а еще $AB=\frac{1800-45EF}{EF+40}$

$$35-EF=\frac{1800-45EF}{EF+40}$$

$$(35-EF)(EF+40)=1800-45EF$$

$$35EF+1400-EF^2-40EF=1800-45EF$$

$$400+EF^2-50EF=0$$

$$EF^2-50EF+400=0$$

это квадратное уравнение относительно EF, решим его

$D=2500-1600=900$

$$EF_{1,2}=\frac{50\pm\sqrt{900}}{2}=\frac{50\pm30}{2}=40;\ 10$$

если $EF=40$, то $AB=-5$, такого не бывает, значит единственное решение $EF=10$

$AB=25$

$KE=50$ см-но $BK=70$

Ответ: длина забора 240, $BK=70$, $KE=50$