



Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 9.02.2019

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	10	20	20	30	95	девяносто пять	<i>Решал</i>

1. Минутная стрелка проходит 360° циферблата за 3600 с, значит ее угловая скорость $\frac{1}{10} \text{ с}^{-1}$. Часовая стрелка проходит тоже расстояние за $3600 \cdot 12$ с, значит ее угловая скорость $\frac{1}{120} \text{ с}^{-1}$. Пусть t - время, за которое минутная стрелка догонит часовую. Угол между стрелками в 5 часов составляет 150° . Составим уравнение:

$$\frac{1}{10} \cdot t = \frac{1}{120} \cdot t + 150^\circ$$

$$\frac{11}{120} t = 150^\circ$$

$$t = \frac{18000}{11} \text{ с}$$

$$t = \frac{5}{11} \text{ ч} = 27 \frac{3}{11} \text{ мин}$$

Ответ: время, за которое минутная стрелка догонит часовую $\frac{5}{11}$ ч или примерно 27,3 мин.

2. Если $A^2 \neq B^2$, тогда $A \neq B$, т.к. $A > 0$, $B > 0$.

$$A^2 = 4038 + 2\sqrt{2019^2 - 1}$$

$$B^2 = 8076$$

$$A^2 - 4038 = 2\sqrt{2019^2 - 1}$$

$$B^2 - 4038 = 4038$$

$$\frac{A^2 - 4038}{2} = \sqrt{2019^2 - 1}$$

$$\frac{B^2 - 4038}{2} = 2019$$

2. Продолжение:

$$\left(\frac{A^2 - 4038}{2}\right)^2 = 2019^2 - 1$$

$$\left(\frac{B^2 - 4038}{2}\right)^2 = 2019^2$$

$$2019^2 > 2019^2 - 1$$

$$\left(\frac{B^2 - 4038}{2}\right)^2 > \left(\frac{A^2 - 4038}{2}\right)^2$$

$$\frac{B^2 - 4038}{2} > \frac{A^2 - 4038}{2}$$

$$B^2 > A^2 \Rightarrow B > A$$

Ответ: $B > A$



3. $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (a+1)^2 - 2(a^2 - 7a + 16) = a^2 + 2a + 1 - 2a^2 + 14a - 32 = -a^2 + 16a - 31$

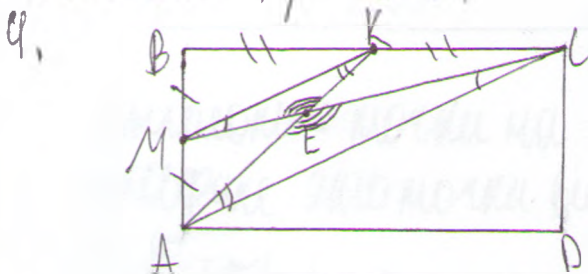
График функции $-a^2 + 16a - 31$ — это парабола с ветвями, направленными вниз. Значит, наибольшее значение функции принимает в вершине параболы. Следовательно:

$$a = -\frac{16}{2 \cdot (-1)} = 8$$

$x^2 + y^2$ при $a = 8$ равно $-8^2 + 16 \cdot 8 - 31 = 33$.

нужно решить
исслед.

Ответ: при $a = 8$.



$$\frac{BM}{AB} = \frac{BK}{BC} = \frac{1}{2}$$

$\angle B = 90^\circ$ — общий

по II признаку подобия треугольников $\triangle MBK \sim \triangle ABC$

Угловый коэффициент равен коэффициенту подобия. $\frac{S_{MBK}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$

$\triangle MKE \sim \triangle CAE$ по I признаку подобия треугольников $\triangle MKE \sim \triangle CAE$

4. Продолжение:

М.к. $MK/AC = 1/2$, следовательно $\frac{S_{MKE}}{S_{AEC}} = \frac{1}{4}$.

$S_{MBK} = S_{ABC} = S_{ACD}$, м.к. AC - диагональ в $ABCD$, а $ABCD$ - параллелограмм

$S_{MKE} = S_{AEC}$

$S_{AECD} = S_{AEC} + S_{ACD} = 4(S_{MBK} + S_{MKE}) = 4S_{MBKE}$

$\frac{S_{MBKE}}{S_{AECD}} = \frac{1}{4}$

Ответ: $\frac{S_{MBKE}}{S_{AECD}} = \frac{1}{4}$

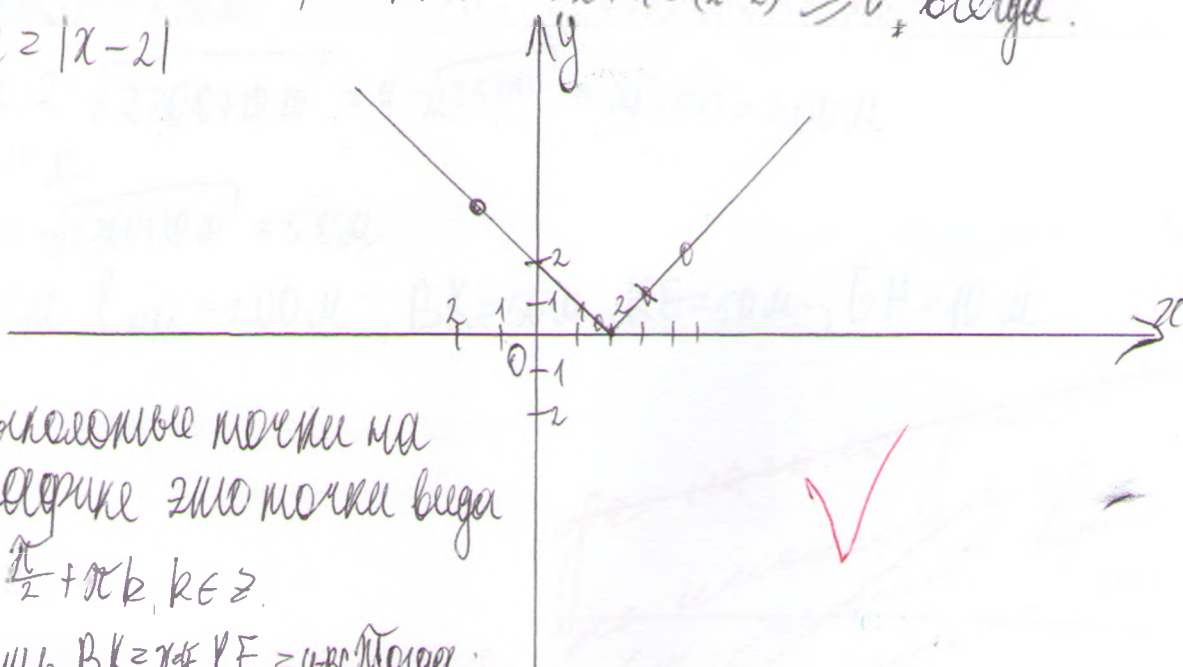
5. ОДЗ y : $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$\sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{\cos^2 x} = |\cos x|$, м.к. $1 - \sin^2 x \geq 0$ всегда.

$\sqrt{1 + \tan^2 x} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{1}{|\cos x|}$

$\sqrt{x^2 - 4x + 4} = |x - 2|$, м.к. $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 \geq 0$, всегда.

$y = |x - 2|$



Выделенные точки на графике это точки вида $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

6. Пусть $BK = x$, $KE = y$. Тогда:

$S = (x - 35)y + 35(y - 20 - 6H) + 15 \cdot 6H = 1600 = xy - 400 - 206H$

$xy = 2300 + 206H$

$y = \frac{2300 + 206H}{x}$

6. Продолжим:

т.к. забор будем строить по ~~мин~~ указанным линиям:
 $l = p = 2(x+y)$.

$l = 2(x+y) = 2(x + \frac{2300+20bH}{x})$. Найдем наименьшее значение функции, приравняв её производную к 0.

$$l' = 2(1 - \frac{2300+20bH}{x^2}) = 0$$

$x = \sqrt{2300+20bH}$ - при этом x значение функции $l(x)$ будет наименьшим, т.к. до этого значения функция убывает (производная отрицательная), а после возрастает (производная положительная).

$$l_{\min} = 2(x + \frac{2300+20bH}{x}) = 2 \cdot 2\sqrt{2300+20bH} - \text{возрастающая функция}$$

Она принимает наименьшее значение при наименьшем bH , а значит $bH = 10$ м.

$$l_{\min} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2300+20 \cdot 10} = 4 \sqrt{2500} = 4 \cdot 50 = 200 \text{ м.}$$

$$bH = 10 \text{ м}$$

$$x = y = \sqrt{2300+20 \cdot 10} = 50 \text{ м}$$

Итого: $l_{\min} = 200$ м, $BK = 50$ м, $KE = 50$ м, $bH = 10$ м.

~~где надо построить?~~
~~по именьшему~~
~~попарно решение верно!~~
~~но самое решение нет!~~