ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 39697

Класс 10 Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.2019

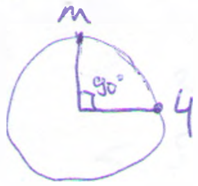
Площадка написания ~~КНИТУ~~ КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	10	20	18	30	93	девяносто три	

Задача 1

Когда стрелки часов показывают ровно 4 часа, угол между минутной и часовой стрелкой ~~показыво~~ составляет 90°

90°



минутная стрелка делает круг за 60 мин.

$v_м = \frac{360°}{60 мин} = 6°/мин$

часовая стрелка делает круг за 12 часов:

$v_ч = \frac{360°}{12 \cdot 60 мин} = 0,5°/мин$

Так как минутная стрелка догоняет часовую,

$t = \frac{90°}{v_м - v_ч} = \frac{90°}{(6° - 0,5°)/мин} = \frac{90}{5,5} мин = 16\frac{4}{11}$ минут

Ответ: $16\frac{4}{11}$ минут

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 39697

Задача 2

$A = \sqrt{2017} + \sqrt{2019}$ $\qquad$ $B = 2\sqrt{2018}$

Т.к. $A>0$ и $B>0$, для сравнения A и B можно сравнить A^2 и B^2

$$A^2 = 2017+2019+2\sqrt{2017\cdot 2019} = 2\cdot 2018 + 2\sqrt{2018^2-1}$$

$$B^2 = 4\cdot 2018$$

$$\frac{A^2}{2} - 2018 = \sqrt{2018^2-1}$$

$$\frac{B^2}{2} - 2018 = 2018$$

$$\sqrt{2018^2-1} < 2018$$

$$\sqrt{2018^2-1} < \sqrt{2018^2}$$

$$2018^2-1 < 2018^2$$

$$\frac{A^2}{2} - 2018 < \frac{B^2}{2} - 2018$$

$$A^2 < B^2$$

$$A < B$$

Ответ: $A < B$

ГАЗПРОМ
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 39697

Задача 3

$$\begin{cases} x+y=a-1 \\ xy=a^2-7a+14 \end{cases}$$

$\max(x^2+y^2)$ при a – ?

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(a-1)^2-2(a^2-7a-14)=$

$=a^2-2a+1-2a^2+14a-28=-a^2+12a-27=-(a^2-12a+27)=$

$=-((a-6)^2-11)=-(a-6)^2+11$

$\max(-(a-6)^2+11)$ при $\max(-(a-6)^2)$

$(a-6)^2\geqslant 0$

$-(a-6)^2\leq 0$

$\max(-(a-6)^2)=0$

$\max(x^2+y^2)=0+11=11$

$(a-6)^2=0$

$a=6$

<u>Ответ</u>: $a=6$

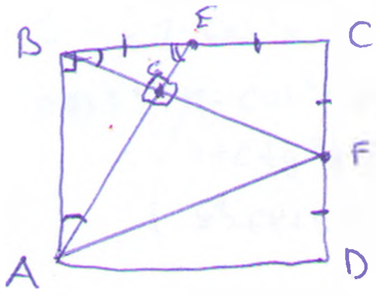
√ – Нужно ещё одно условие! x и y – решения быть действитель-ными

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 39697

Задача 4



$ABCD$ – квадрат

$BE=EC$; $CF=FD$

$AE \cap BF = G$

$\dfrac{S_{GECF}}{S_{AGF}}$ – ?

Пусть $S = S_{ABCD}$

$S_{ABE}=S_{BCF}=S_{AFD}=\frac{1}{4}S$

$$S_{GECF} = S_{BCF} - S_{BGE} = \frac{1}{4}S - S_{BGE}$$

$$S_{AGF} = S_{ABCD} - S_{ADF} - S_{BCF} - S_{ABE} + S_{BGE} = \frac{1}{4}S + S_{BGE}$$

$\triangle ABE = \triangle BCF \Rightarrow \angle BAE = \angle CBF = \angle EBG$

$\left.\begin{array}{l}\angle BEG \text{ – общий} \\ \angle BAE = \angle EBG\end{array}\right\}$ $\triangle BAE \sim \triangle GBE$ (по двум углам)

$$\frac{BE}{GE} = \frac{AE}{BE} \Rightarrow GE = \frac{BE^2}{AE}$$

$$AE = \sqrt{BE^2 + (2BE)^2} = \sqrt{5}\,BE$$

$$GE = \frac{BE^2}{\sqrt{5}BE} = \frac{BE}{\sqrt{5}}$$

$\cancel{S_{BGE}=}$ $\angle BAE + \angle BEG \cancel{=90} = \angle EBG + \angle BEG = 180° - \angle BGE = 90°$

$\angle BGE = 90°$

$S_{BGE} = \dfrac{BG \cdot GE}{2}$

$S_{ABE} = \dfrac{BG \cdot AE}{2}$

$$\Rightarrow \frac{S_{BGE}}{S_{ABE}} = \frac{GE}{AE} = \frac{BE^2/AE}{AE} = \left(\frac{BE}{AE}\right)^2 = \left(\frac{BE}{\sqrt{5}BE}\right)^2 = \frac{1}{5}$$

$$S_{BGE} = \frac{1}{5}S_{ABE} = \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}S = \frac{1}{20}S$$

$$\frac{S_{GECF}}{S_{AGF}} = \frac{\frac{1}{4}S - S_{BGE}}{\frac{1}{4}S + S_{BGE}} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{20}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{20}} = \frac{\frac{4}{20}}{\frac{6}{20}} = \frac{2}{3}$$

Ответ: $S_{GECF} : S_{AGF} = 2:3$

V молодец!

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 39697

Задача 5

$y=\sqrt{1-\cos^2 x}\cdot\sqrt{1+ctg^2 x}\cdot\sqrt{x^2-6x+9}$

ОДЗ: $\begin{cases}1-\cos^2 x\geqslant 0\\ 1+ctg^2 x\geqslant 0\\ x^2-6x+9\geqslant 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\sin^2 x\geqslant 0\\ ctg^2 x+1\geqslant 0\\ (x-3)^2\geqslant 0\end{cases} \Rightarrow x\in(-\infty;+\infty)$

$y=\sqrt{\sin^2 x}\cdot\sqrt{\frac{1}{\sin^2 x}}\cdot\sqrt{(x-3)^2}=|x-3|$

т.к. $1-\cos^2 x=\sin^2 x$

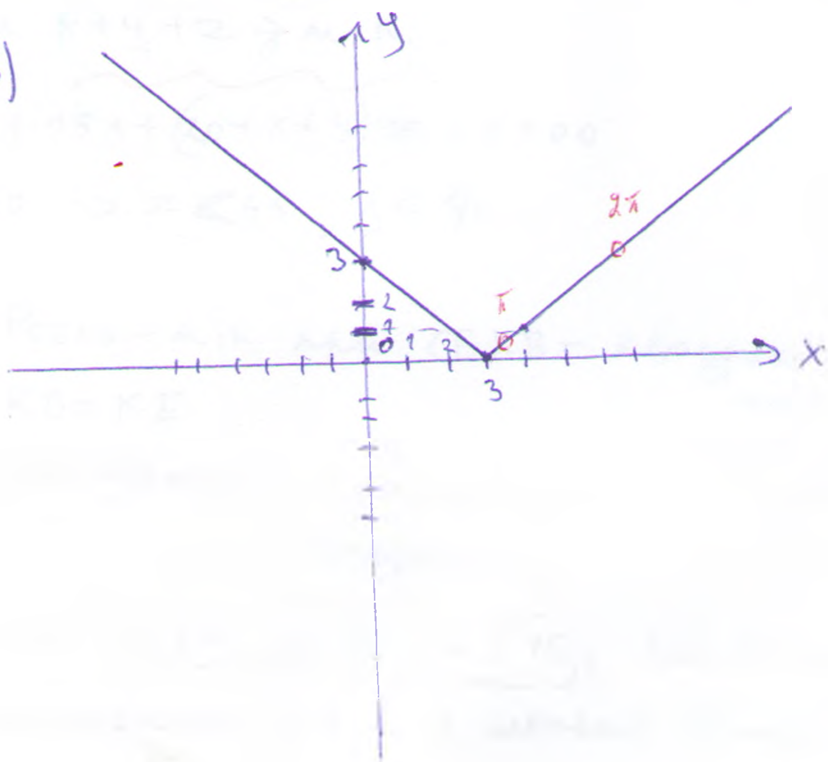
$1+ctg^2 x=\frac{1}{\sin^2 x}$

$x^2-6x+9=(x-3)^2$

!

$x\neq \pi n,\ n\in Z$

$y=|x-3|$



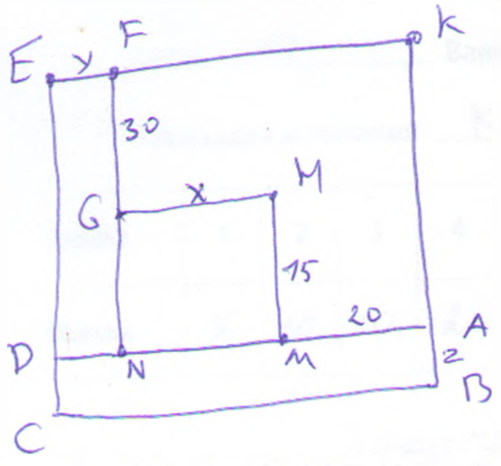
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 39697

Задача 6



$MA=20$
$GF=30$
$MH=15$

Пусть $GH=x$; $EF=y$; $AB=z$

$L = y+30+x+15+20+z+20+x+y+z+15+30 =$

$= 2\cdot 65 + 2(x+y+z) = 2(x+y+z+65) - P_{CEKB}$

L_{min} при $x+y+z \to min.$

$S = 45y+15x+(20+x+y)z = 2100$

$x \geq 20 \Rightarrow z \leq 45$; $y<40$

~~Smin~~ P_{CEKB} − min при CEKB − квадрат, т.к. $n^2 > (n-a)(n+a)$, что при той же площади, у прямоугольника, который не квадрат, $P_п > P_к$

$KB = KE$

~~(45+z)(x+y~~ $45+z = x+y+20$

$25+z = x+y$

при $x=20$; $y=20$; $z=15$, $S=2100$

при неизменном x, z и y меньше быть не могут, т.к.

$\Delta z = \Delta y$ и $S \not< 2100$.

если x чуть больше, $\Delta x = \Delta y - \Delta z$ и $\Delta y + \Delta x + \Delta z = 2\Delta y > 0$.

Значит $min(x+y+z) = 55$

$L_{min} = 2(55+65) = 240$. $BK=60 = KE=60$; $GH=20$

Ответ: 240м, BK=60м, KE=60м, GH=20м.