

ШИФР 4800

Класс 9-1 Вариант 3 Дата Олимпиады 11.02.17

Площадка написания Горный Университет

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	0	5	10	10	0	0	15	20	70	семьдесят	

⑤

Пусть эти числа: a и b .

$$a + b = 221$$

$$[a; b] = 612$$

НОК двух чисел делится на каждый из простых ~~составителей~~ делителей этих чисел.

$$612 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 17 \quad \text{— простые делители } a \text{ и } b.$$

$221 : 17$, значит каждое из чисел делится на семнадцать.

Пусть $a = 17x$, а $b = 17y$. Тогда $x + y = \frac{221}{17} = 13$, $[x; y] = 2^2 \cdot 3^2$.

Логично предположить, что $x = 2^2$; $y = 3^2$. Тогда $x + y = 2^2 + 3^2 = 13$.

Всё верно.

$$\text{Значит } a = 17x = 68; \quad b = 17y = 153.$$

Ответ: это числа 68 и 153.



4)

В точке пересечения прямой $y=2x+b$ и параболы $y=x^2+4x+6$,
 $2x+b=x^2+4x+6$

Координата ^{"x"} точки пересечения задаётся квадратным уравнением
 $x^2+2x+(6-b)=0$

Точка пересечения одна, если уравнение имеет одно решение,
то есть дискриминант равен нулю.

$$D=0 \rightarrow 4-4(6-b)=0 \rightarrow 6-b=1 \rightarrow b=5$$

Ответ: это возможно при $b=5$.

6)

Изначально участников чётное число, так как половина из этого
числа — мальчики.

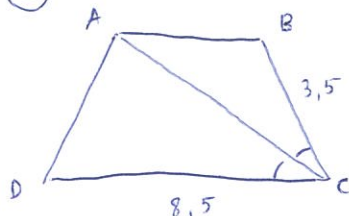
Когда три человека ушли, осталось нечётное число участников.

$$48\% = \frac{48}{100} = \frac{24}{50} = \frac{12}{25} \quad (\text{в числителе — возможное число мальчиков, в знаменателе — участников})$$

Подойдёт только третий вариант, так как участников нечётное число
меньше 75. Значит осталось 25 участников, из которых 12 — мальчики,
значит было $25+3=28$ участников, из которых $\frac{28}{2}=14$ — мальчики.
(очевидно, первыми сдали работы два мальчика и девочка)

Ответ: 28 человек

②



$\angle DCA = \angle BAC$, как накрест лежащие,
 значит $\triangle ABC$ — равнобедренный и $AB = BC$

Значит $AB = 3,5$

Средняя линия трапеции равна полусумме оснований: $\frac{3,5 + 8,5}{2} = 6$

Ответ: 6

①

Пусть скорость велосипедиста — v

Тогда мотоциклиста — $2,5v$

Время поездки велосипедиста можно выразить как $\frac{50 \text{ км}}{v}$,

или $1,5z + \frac{50 \text{ км}}{2,5v} + 1z$

$$2,5z + \frac{20 \text{ км}}{v} = \frac{50 \text{ км}}{v}$$

$$2,5z \cdot v + 20 \text{ км} = 50 \text{ км}$$

$$v = \frac{30 \text{ км}}{2,5z} = 12 \text{ км/ч} \quad 2,5v = 2,5 \cdot 12 \text{ км/ч} = 30 \text{ км/ч}$$

Ответ: 30 км/ч.

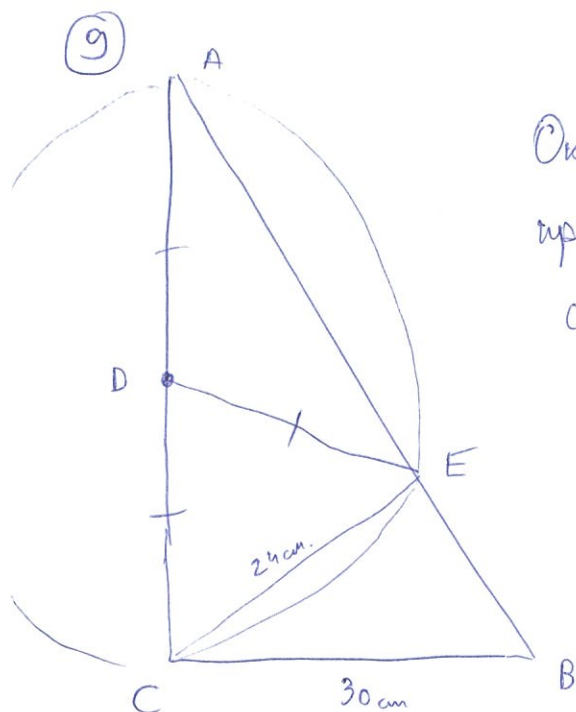
⑦

$$t + u + 2x + 3y - z = 4 \rightarrow 4t + 4u + 8x + 12y - 4z = 16$$

$$-3t - u - x + y + 2z = -3 \rightarrow 3t + u + x - y - 2z = 3$$

$$4t + 3t + 4u + u + 8x + x + 12y - y - 4z - 2z = 7t + 5u + 9x + 11y - 6z = 16 + 3 = 19$$

Ответ: 19



Окружность с центром в D ($AD = DC$)
проходит через точки A, E и C,
создавая равнобедренные треугольники!

$\triangle AED$ и $\triangle ECD$.

Значит $\angle DEA = \angle DAE$.

Значит $\angle DEC = \angle ABC$

($\angle CAB + \angle ABC = 90^\circ$)

~~$\angle DAE + \angle DEC = 90^\circ$~~

($\angle DAE \cdot 2 + \angle DEC \cdot 2 = 180^\circ$)

Значит $\angle AEC$ тоже равен 90° .

$\triangle AEC \sim \triangle ACB \sim \triangle ECB$

$$EB^2 = BC^2 - EC^2 = 30^2 - 24^2 = 18^2 \rightarrow EB = 18 \text{ cm}$$

$$\frac{AC}{CE} = \frac{BC}{EB}$$

$$AC = \frac{CE \cdot BC}{EB} = \frac{24 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm}}{18 \text{ cm}} = 40 \text{ cm.} \rightarrow AD = \frac{AC}{2} = 20 \text{ cm.}$$

Длина полуокружности равна $\pi r = 3,14 \cdot 20 \text{ cm} = 62,8 \text{ cm}$.

Ответ: 62,8 см.



10) Пусть общий объем сосуда — 1.

Изначально кислорода $16\% = 0,16$, в конце $9\% = 0,09$.

Дважды из сосуда исчезает x доля газа (было 1, стало $1-x$).

Значит в первый раз исчезает $0,16x$ кислорода.

Во второй раз $0,16(1-x) \cdot x$, так как осталось всего $0,16(1-x)$ после первого.

Тогда:

$$0,16 - 0,09 = 0,16x + 0,16(1-x)x$$

$$0,07 = 0,16x + 0,16x - 0,16x^2$$

$$0,16x^2 - 0,32x + 0,07 = 0$$

$$x = \frac{0,32 \pm \sqrt{0,32^2 - 4 \cdot 0,07 \cdot 0,16}}{0,32} = \frac{0,32 \pm \sqrt{0,1024 - 0,0448}}{0,32} =$$

$$= \frac{0,32 \pm \sqrt{0,0576}}{0,32} = \begin{cases} \frac{0,56}{0,32} = 1,75 \text{ !!! } (x > 1) \\ \frac{0,08}{0,32} = 0,25 \checkmark \end{cases}$$

Ответ: четверть всей смеси.

ШИФР 4800

⑧

$$x^2 + \frac{x^2}{(1+x)^2} = 3$$

ОДЗ: $x \neq -1$

$$\sqrt{x^2 + x^2 \left(\frac{1}{(1+x)^2} \right)} = \sqrt{3}$$

$$x \sqrt{1 + \frac{1}{(1+x)^2}} = \sqrt{3}$$

$$x \sqrt{\frac{2+2x+x^2}{(1+x)^2}} = \sqrt{3}$$

$$\frac{x}{x+1} \sqrt{x^2+2x+2} = \sqrt{3}$$

⑨

$$\left(\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}} + \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6-3\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{6+3\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{3} (\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}) + (\sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}})}{\sqrt{2}}$$