

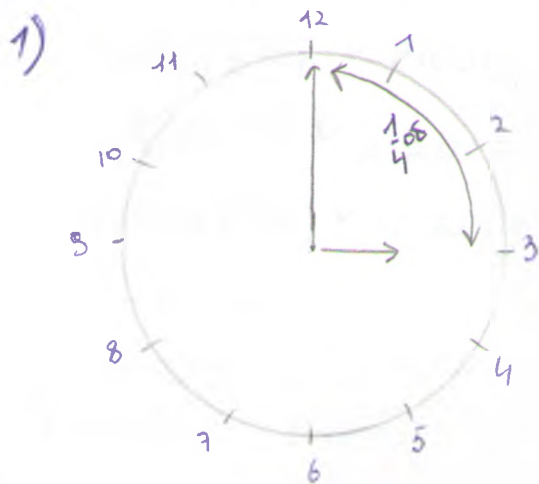


ШИФР 37739

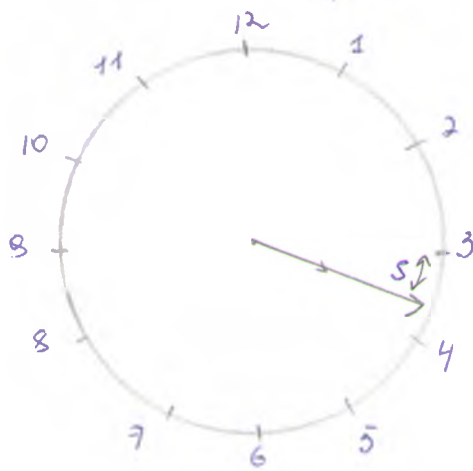
Класс 10 Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	10	20	18	φ	63	шестьдесят три	<i>[Signature]</i>



начальное  
условие



конечное  
условие

Возьмем  $v_{мин.стр} = 1 \text{ об/час}$ ,  $v_{часов.стр} = \frac{1}{12} \text{ оборота/час}$

$$t_1 = t_2 \Rightarrow \frac{S_1}{v_1} = \frac{S_2}{v_2} \Rightarrow \frac{S_{часов}}{v_{часов}} = \frac{S_{мин}}{v_{мин}}$$

$S_{часовой} = S$  (см на рис-ке)

$$S_{мин} = \frac{1}{4} \text{ об} + S.$$

$$\frac{S}{\frac{1}{12}} = \frac{\frac{1}{4} + S}{1}$$

$$12S = \frac{1}{4} + S$$

$$41S = \frac{1}{4}$$

$$S = \frac{1}{44} \text{ оборота.}$$

$$t = \frac{S_{час}}{v_{час}} = \frac{\frac{1}{44}}{\frac{1}{12}} = \frac{12}{44} \text{ ч} = \frac{3}{11} \text{ ч.}$$

Ответ: через  $\frac{3}{11}$  ч. ✓

2)  $A = \sqrt{2017} + \sqrt{2019}$        $B = 2\sqrt{2018}$

$A < B$

$\sqrt{2017} + \sqrt{2019} < 2\sqrt{2018}$

$2017 + 2\sqrt{2017 \cdot 2018} + 2019 < 4 \cdot 2018$

$4036 + 2\sqrt{(2018-1)(2018+1)} < 4 \cdot 2018$

$2\sqrt{2018^2 - 1} < 8072 - 4036$

$2\sqrt{2018^2 - 1} < 4036$

$2\sqrt{2018^2 - 1} < 2 \cdot 2018$

$4(2018^2 - 1) < 4 \cdot 2018^2$

$-4 < 0$

$A < B$

Ответ:  $A < B$

3)  $x, y, a \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} x+y = a-1 \\ xy = a^2 - 7a + 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = a^2 - 2a + 1 \\ xy = a^2 - 7a + 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 - 2a + 1 - 2xy \\ xy = a^2 - 7a + 14 \end{cases}$

①  $x^2 + y^2 = a^2 - 2a + 1 - 2(a^2 - 7a + 14)$

$x^2 + y^2 = a^2 - 2a + 1 - 2a^2 + 14a - 28$

$x^2 + y^2 = -a^2 + 12a - 27$

$f(x) = -a^2 + 12a - 27$ . график  $f(x)$  - парабола, ветви вниз.  
Наиб знач  $f(x)$  имеет в точке вершины.

$A(m; n)$  - вершина

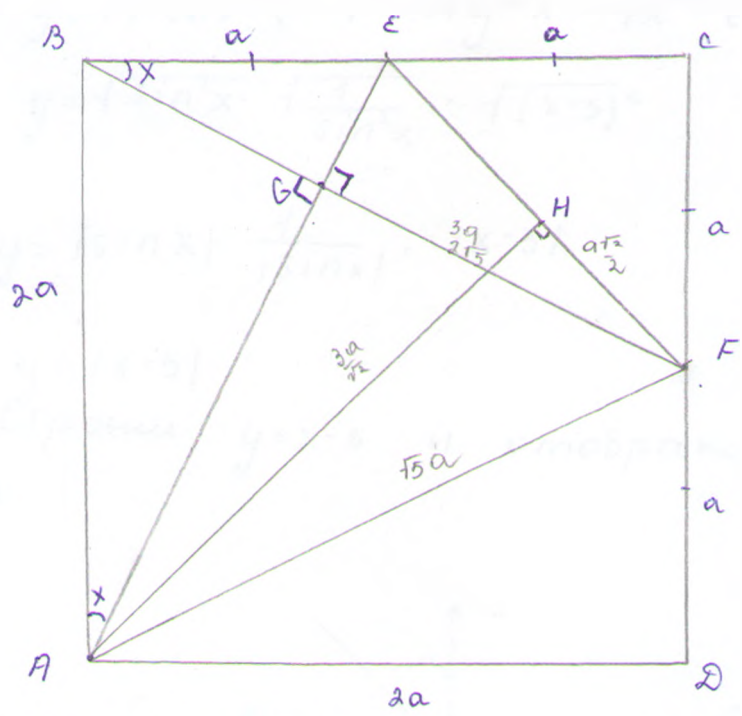
$m = -\frac{b}{2a} = \frac{12}{2} = 6$        $n = 9$

При  $a = 6$   $f(x)$ ,  $a$ , значит, и  $x^2 + y^2$  принимает наиб значение, равное 9

Ответ: 6. при  $a = 6$   $x$  - не действительное число!

✓

4)



Пусть сторона квадрата  $2a$ .  
Пусть  $\angle BAE = x$   
Прямоугольные  $\triangle BCF = \triangle ABE$   
(по 2 катетам,  $|AB| = |BC|$ ,  $|BC| = |CF|$ )  
 $\angle CBF = \angle BAE = x$   
Тогда  $\angle FBA = 90^\circ - x$   
В  $\triangle BGA$   $\angle B + \angle G + \angle A = 180^\circ$   
 $x + 90 - x + \angle G = 180^\circ$   
 $\angle G = 90^\circ$   
 $\angle BGA = \angle EBF$  (вертикал)  $\Rightarrow$   
 $\angle FGA = 90^\circ$

$$S_{\triangle AEF} = h_g \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} |AH| \cdot |EF| = \frac{1}{2} |FG| \cdot |EA|$$

$$\frac{1}{2} |AH| |EF| = \frac{1}{2} |FG| \cdot |EA|$$

$$|FG| = \frac{|AH| |EF|}{|EA|}$$

$\triangle AEF$  - ртб  $|AE| = |AF|$  (т.к.  $\triangle EBA = \triangle FDA$  по 2 катетам)  $\Rightarrow$   
[AH] - высота и медиана.  $|EH| = |HF| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$  ( $|EF| = a\sqrt{2}$ )  
т.н. Пифагор из  $\triangle ECF$   
 $|AF| = \sqrt{5}a$  (по т.н. Пифагора из  $\triangle AFD$ ). Тогда  $|AH| =$   
 $= \frac{3a}{\sqrt{2}}$  (по т.н. Пифагора)

$$|FG| = \frac{3a \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}a} = \frac{3a}{\sqrt{5}}$$

$$|EG| = \frac{a}{2\sqrt{5}}$$

$$S_{\triangle EGF} = \frac{a}{2\sqrt{5}} \cdot \frac{3a}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3a^2}{20}$$

$$S_{\triangle AEF} = S_{\triangle FBA} + S_{\triangle EGF} \Rightarrow S_{\triangle FBA} = \frac{3a^2}{2} - \frac{3a^2}{20} = \frac{27a^2}{20}$$

$$S_{\triangle EGF} = S_{\triangle ECF} + S_{\triangle EGF} = \frac{a^2}{2} + \frac{3a^2}{20} = \frac{13a^2}{20}$$

Ответ:  
 $S_{\triangle AEF} > S_{\triangle EGF}$



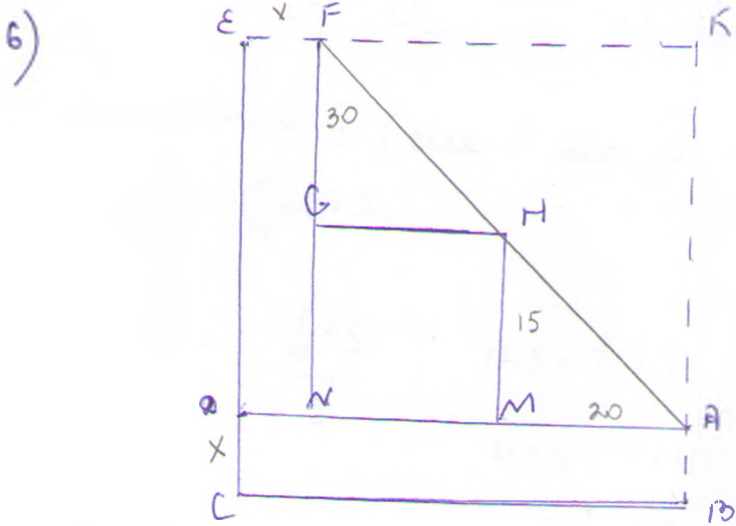
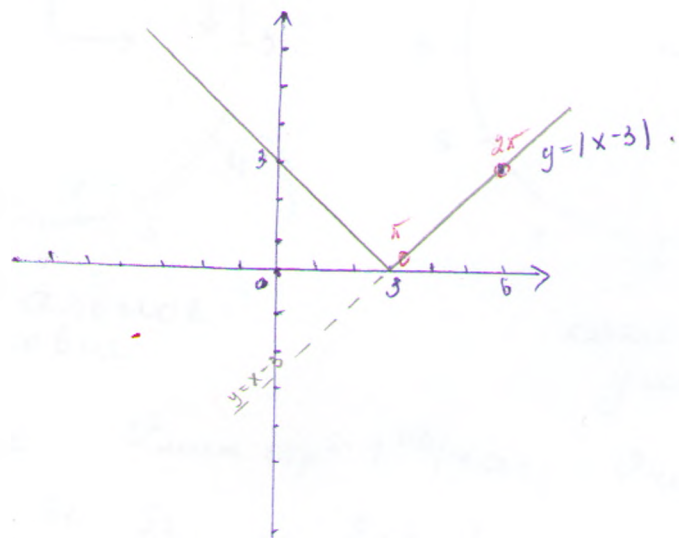
5)  $y = \sqrt{1 - \cos^2 x} \cdot \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 x} \cdot \sqrt{x^2 - 6x + 9}$

$y = \sqrt{\sin^2 x} \cdot \sqrt{\frac{1}{\sin^2 x}} \cdot \sqrt{(x-3)^2}$      $OD3: x \in \mathbb{R} \text{ т.к. } \sin^2 x \geq 0$   
 $x \in \mathbb{R}$

$y = |\sin x| \cdot \frac{1}{|\sin x|} \cdot |x-3|$

$y = |x-3|$

Строим  $y = x-3$  и отображаем относительно  $Ox$ .     $(x-3)^2 \geq 0$   
 $x \in \mathbb{R}$



$S_{\text{трапеции}} = |FA| + x + |ED| + x + |CB| + x = 3x + |FA| + |ED| + |CB|$   
 Необходимо подобрать число значение  $GN$ , чтобы  $x \in \mathbb{Z}$  исходя из условия.  
 $S = 2100 \text{ кв. м}$