ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 34283

Класс 10 Вариант 1 Дата Олимпиады 03.02.2019

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	4	4	5	5	3	28	двадцать восемь	[illegible]

Задача 1

Дано:

h

b

P

μ

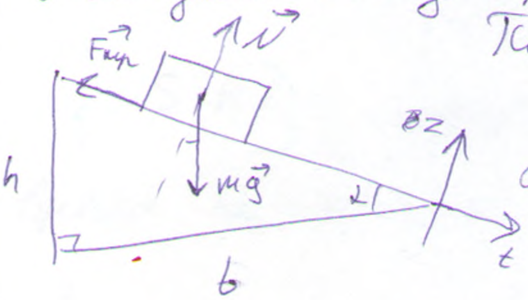
m - ?

$\cos\alpha = \frac{b}{\sqrt{h^2+b^2}}$

$\sin\alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2+b^2}}$

Решение

Найдем силу трения при спуске:



По 2 з-н Ньютона

$\vec{F}_{тр} + \vec{N} + m\vec{g} = ma$

$oz: N - mg\cos\alpha = 0$

$N = mg\cos\alpha$

$F_{тр} = N\mu = mg\cos\alpha \cdot \mu$

По ЗСЭК моменту спуска:

$mgh = A_{тр} + m\frac{v^2}{2}$

$A_{тр} = F_{тр} \cdot S = F_{тр} \cdot \sqrt{h^2+b^2}$

$A_{тр} = mg\frac{b}{\sqrt{h^2+b^2}} \cdot \mu \cdot \sqrt{h^2+b^2}$

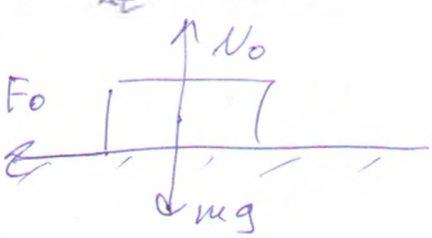
$\boxed{A_{тр} = mgb\mu}$

$v^2 = 2gh - 2\frac{A_{тр}}{m}$

$\boxed{v^2 = 2g(h - b\mu)}$

По определению:

$P = \frac{A}{\Delta t} = F_0 \cdot v$



$F_0 = N_0\mu = mg\mu$

$P = mg\mu \cdot \sqrt{2g(h-b\mu)}$

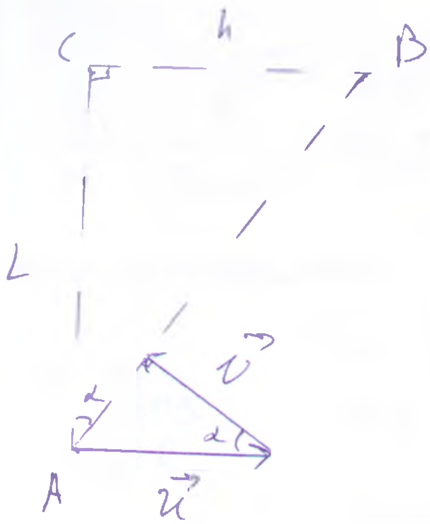
$\boxed{m = \frac{P}{g\mu\sqrt{2g(h-\mu b)}}}$

Ответ: $m = \frac{P}{g\mu\sqrt{2g(h-\mu b)}}$ + 5

ШИФР 34283

Задача 2

Нарисуем векторный треугольник скоростей



Чтобы попасть в точку B абсолютная скорость должна быть направлена по прямой AB. Вектор $\vec{u}$ жестко задан

v минимальна когда $\vec{v} \perp AB$

Пусть $\angle CAB = \alpha$

$$\cos\alpha = \frac{L}{\sqrt{L^2+h^2}}$$

$$\sin\alpha = \frac{h}{\sqrt{L^2+h^2}}$$

Пусть t - время переправы:

$$L = v\sin\alpha \cdot t$$

$$h = u \cdot t$$

$$\div \Rightarrow \frac{L}{h} = \frac{v}{u} \cdot \sin\alpha$$

$$v = \frac{L}{h\sin\alpha} \cdot u = \frac{L\sqrt{L^2+h^2}}{h^2} \cdot u$$

$$\boxed{v = \frac{L\sqrt{L^2+h^2}}{h^2} \cdot u}$$

$$v = \frac{L\sqrt{L^2+h^2}}{h^2} \cdot u = \frac{400\text{м} \cdot \sqrt{400^2+300^2} \cdot 2\frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 3600\text{с}}{300^2 \cdot 1000\text{м}} = 16\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: $v = 16\frac{\text{м}}{\text{с}}$ —

4

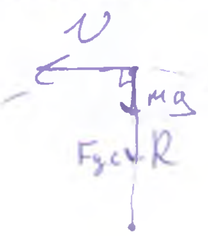
ШИФР 34283

Задание 3.

Изменение ускорения свободного падения с высотой будет:

$$\Rightarrow \boxed{g_1 = g \cdot \frac{R^2}{(R+H)^2}}$$

$$\frac{g_1}{g} = \frac{R^2}{(R+H)^2} \approx \cancel{96,96}\ 94,03\,\%$$ ~~(можно не учитывать в дальнейших вычислениях)~~



По 2-з-н Ньютона: $m\vec{g} + \vec{F}_{y.c} = 0$

$$mg = m a_{y.c}$$

$$g = a_{y.c}$$

$$g = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v_1^2 = R_1 g\ ;\ v_2^2 = R_2 g$$

, где $R_1 = R + H$; $R_2 = R + H - h$

$$\boxed{\Delta R = R_1 - R_2 = h}$$

По ЗСЭ:

$$mgR_1 + m\frac{v_1^2}{2} = mgR_2 + m\frac{v_2^2}{2} + A$$

$$A = m\left(g(R_1 - R_2) + \frac{1}{2}(v_1^2 - v_2^2)\right) = m\left(g\Delta R + \frac{1}{2}g\Delta R\right) = \frac{3}{2}mg\Delta R = \frac{3}{2}mgh$$

$$\boxed{A = \frac{3}{2}mgh}$$

$$A = \frac{3}{2}\cdot 500 \cdot 10 \cdot 10\,000 = 75\text{ МДж}$$

Если же учитывать изменение уск. св. пад. с высотой, то $A = \frac{3}{2}g_1 mh = \frac{3}{2}gmh\cdot\frac{R^2}{(R+H)^2} \approx 70,5$ МДж

$$\boxed{A = \frac{3}{2}mgh\cdot\frac{R^2}{(R+H)^2}}$$

Ответ: $A = \frac{3}{2}mgh\cdot\frac{R^2}{(R+H)^2} \approx 70,5$ МДж —

4

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 34283

Задача 4.

I $F_T < F_A$ т.к. $\frac{2}{3}\rho < \rho$ $\qquad$ V ρ k a

$\Rightarrow$ вначале сила растяж. пружины направлена вниз

$$\vec{F_A} + m\vec{g} + \vec{F_{упр_1}} = 0$$

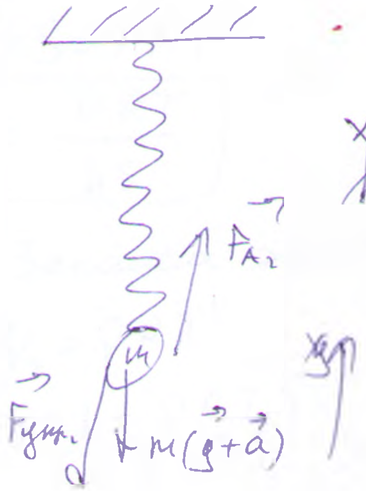
$$\cancel{V\rho g + V\frac{2}{3}\rho g}$$

$$Ox = F_A = mg + F_{упр_1}$$

$$V\rho g = V\frac{2}{3}\rho g + k\Delta X_1$$

$$\frac{V\rho g}{3} = k\Delta X_1 \ (1)$$

II



Перейдем в неинерциальную систему отсчета шарика. В ней будут добавл. силы инерции.

$$F_{A_2} = V\rho(g+a)$$

$$F_{T_2} = m(g+a) = V\frac{2}{3}\rho(g+a)$$

$$F_{упр_2} = k\Delta X_2$$

$$\vec{F_{A_2}} + \vec{F_{упр_2}} + m(\vec{g}+\vec{a}) = 0$$

$$Oy: F_{A_2} = F_{упр_2} + m(g+a)$$

$$V\rho(g+a) = k\Delta X_2 + V\frac{2}{3}\rho(g+a)$$

$$\frac{V\rho(g+a)}{3} = k\Delta X_2 \ (2)$$

(2) − (1)

$$\frac{V\rho}{3}(g+a-g) = k(\Delta X_2 - \Delta X_1)$$

$$\frac{V\rho a}{3} = kh$$

$$\boxed{h = \frac{V\rho a}{3k}}$$

Ответ. $h = \frac{V\rho a}{3k}$

7 5

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

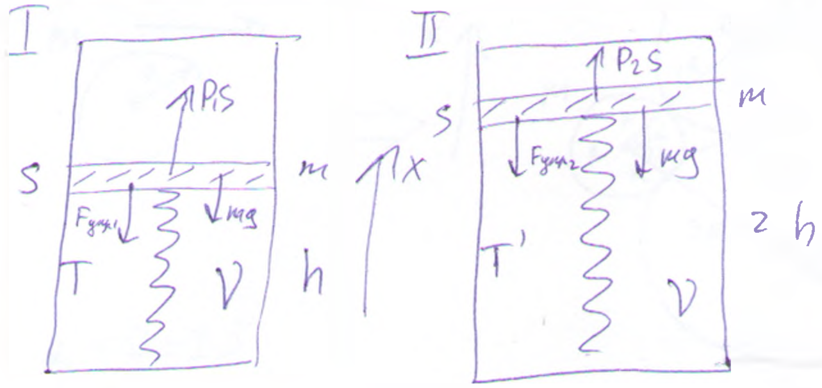
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 34283

Задача 5 (h) (k) (T) (ν)

При температуре больше T пружина начинает растягиваться:



I. Запишем ур-ния Менделеева-Клапейрона и равновесия поршня на ось ox:

$P_1V_1 = \nu RT$ $\qquad P_1S = F_{упр1} + mg$

$P_1hS = \nu RT \quad \Rightarrow \quad \frac{\nu RT}{h} = k(x_0+0)+mg \quad (1)$

$\boxed{P_1 = \frac{\nu RT}{hS}}$

II Запишем эти же ур-ния для второго случая:

$P_2V_2 = \nu RT'$ $\qquad P_2S = F_{упр2} + mg$

$P_2S2h = \nu RT'$

$\boxed{P_2 = \frac{\nu RT'}{2hS}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\nu RT'}{2h} = k(x_0+h)+mg \quad (2)$

$(2)-(1) \Leftrightarrow \quad \frac{\nu R}{h}\left(\frac{T'}{2} - T\right) = kh$

$\frac{\nu R}{2h}T' = kh + \frac{\nu RT}{h}$

$\boxed{T' = \frac{2kh^2}{\nu R} + 2T}$

+ 5

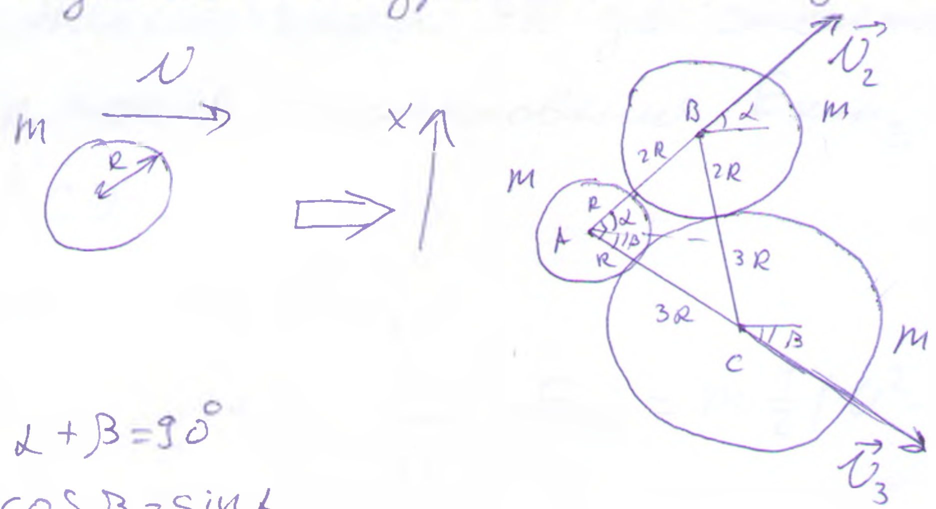
Ответ: $T' = \frac{2kh^2}{\nu R} + 2T$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 34283

Задача 6.

Сделаем подробный рисунок:



Рассмотрим ΔABC:
Заметим что его стороны это пифагоровы тройки $3R$; $4R$; $5R$
т.е $(3R)^2+(4R)^2=(5R)^2$
$\Rightarrow \Delta ABC$ – прямоуг
и $\angle BAC = 90^0$

$\alpha + \beta = 90^0$

$\Rightarrow \cos\beta = \sin\alpha$

$\sin\beta = \cos\alpha$

$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{4}{3} \Rightarrow \cos\alpha = 0{,}6$

$\Rightarrow \sin\alpha = 0{,}8$

ЗСЭ:

$$m\frac{v^2}{2} = m\frac{v_2^2}{2} + m\frac{v_3^2}{2}$$

$$\boxed{v^2 = v_2^2 + v_3^2} \ (1)$$

Запишем Закон сохр. импульса на ось OX

$0 = m v_2 \sin\alpha - m v_3 \sin\beta$

$v_2 \sin\alpha = v_3 \cos\beta$

$$\boxed{v_3 = v_2 \operatorname{tg}\alpha} \ (2)$$

$(1)^{(2)}$ $v^2 = v_2^2 + v_2^2 \operatorname{tg}^2 t$

$$v_2^2 = \frac{v^2}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$v_2 = \frac{v}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}} = \frac{v}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2(\operatorname{arctg}\frac{4}{3})}} = \frac{3v}{5} = 0{,}6v$$

$$\boxed{v_2 = 0{,}6v}$$

+

5

ШИФР 34283

Продолжение задачи 6.

Энергия шара 3к до столкновения равна 0, а после столкновения $E_{кин_3}$

ЗСЭ:

$E_{к_1} = E_{к_2} + E_{к_3}$

$\Delta E_3 = E_{к_3} - 0 = E_{к_1} - E_{к_2} = m \cdot \frac{1}{2}(v^2 - v_2^2) = \frac{m}{2} v^2 (1 - 0{,}36)$

$\boxed{\Delta E_3 = 0{,}32 m v^2}$

Ответ: $v_2 = 0{,}6 v$; $\Delta E_3 = 0{,}32 m v^2$