ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 2 4 9

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.19

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	15	20	18	0					68	шестьдесят восемь	

№4

Пусть бетонщиков (б) всего x. Тогда плотников (п) $2x$, а каменщиков (к) $2nx$, а людей, у которых 2 проф. $2x+2$. Следовательно всего бойцов $x+2x+2nx-(2x+2)=$
$=32 \Rightarrow$

$$2nx+x=34$$
$$x(2n+1)=34$$
$$x=\frac{34}{2n+1}$$

У 34 всего 4 делителя: 1, 2, 17 и 34. т.к. $2n+1$ – нечётное число, $n\geq 3$, и x – целое, то имеем единственное решение при $2n+1=17 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\frac{34}{17}=2$; $n=8$.

Тогда человек, у которых 2 профессии всего $2\cdot 2+2=$
$=6$. Следовательно 1 проф у $32-6=26$ человек.

Ответ: 26. V 20

№1

$$x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0$$

$$\cancel{(x^2-2x)^2}\ (x^4-4x^3+4x^2)+(8x^2-24x+18)+6=0$$

$$(x^2-2x)^2+8(x-1.5)^2+6=0$$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 2 4 9

заметим, что $(x^2-2x)^2 \geq 0$ и $(x-1.5)^2 \geq 0$
тогда всё выражение $(x^2-2x)^2+8(x-1.5)^2+6 \geq 6$, что больше 0 => V данное уравнение не имеет решений.

5

№2

Пусть $t=(4+\sqrt{15})^x$, где $t>0$

$(4-\sqrt{15})^x = \left((4-\sqrt{15})\cdot\frac{(4+\sqrt{15})}{(4+\sqrt{15})}\right)^x = \left(\frac{16-15}{4+\sqrt{15}}\right)^x = \left(\frac{1}{4+\sqrt{15}}\right)^x = \frac{1}{t}$

тогда нер-во принимает вид:

$\frac{1}{t}+t \leq 62$ $\quad \frac{t^2-62t+1}{t} \leq 0$, где $t>0$

$t^2-62t+1=0$

$t_{1,2} = \frac{62 \pm 16\sqrt{15}}{2} = 31 \pm 8\sqrt{15}$

=> $t \in [31-8\sqrt{15}; 31+8\sqrt{15}]$ =>

$\Rightarrow \begin{cases} (4+\sqrt{15})^x \geq 31-8\sqrt{15} \\ (4+\sqrt{15})^x \leq 31+8\sqrt{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (4+\sqrt{15})^x \geq (4+\sqrt{15})^{-2} \\ (4+\sqrt{15})^x \leq (4+\sqrt{15})^2 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in [-2; 2]$ Ответ: $[-2; 2]$. V 10

№3

$y = \sin^2 x$
$(y^{(2019)})$ - ?

$y' = 2\sin x \cdot \cos x = \sin 2x$

$y'' = 2\cos 2x$; $y''' = -4\cdot\sin 2x$ отсюда следует, что:

тогда $(y^{(n)}) = \begin{cases} (-1)^k \cdot 2^{(n-1)} \cdot \sin 2x, & \text{при } n \text{ – нечёт, } n=2k+1 \\ (-1)^k \cdot 2^{(n-1)} \cdot \cos 2x, & \text{при } n \text{ – чёт, } n=2k \end{cases}$ =>

$\Rightarrow (y^{(2019)}) = (-1)\cdot 2^{2018} \cdot \sin 2x = -2^{2018}\cdot\sin 2x$

Ответ: $-2^{2018}\cdot\sin 2x$ V 15

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 2 4 9

№5

Пусть $BK = x$, а $BC = y$, тогда мы должны найти $2\cdot(x+y)$. Площадь лагеря равна $(x-35)\cdot y +$
$+\ 35\cdot(y - \cancel{BK}^{20} - GH) + GH\cdot 15 = 1600$

$xy - 700 - 20\cdot GH = 1600$

$xy = 2300 + 20\cdot GH$

$2(x+y) = 2\cdot\left(x + \frac{2300+20\cdot GH}{x}\right)$ – это будет минимально при минимальном GH, т.е. при $GH = 10 \Rightarrow P_{min}$ равен $2\cdot\left(x + \frac{2500}{x}\right) = 2x + \frac{5000}{x}$

Эта фун-я минимальна при $x = 50 \Rightarrow y = 50 \Rightarrow$
$\Rightarrow P_{min} = 2\cdot 100 = 200$

Ответ: 200. , другие значения? 18

№6

Из (2) вычтем (1) ~~урав~~ равенство, получим:

~~$x\,4(z+y)\ldots$~~ $(x+z+y)\cdot(z-y) = \cancel{4}\ 5$

$(3)-(1)$: $(x+y+z)\cdot(z-x) = 32$

$(3)-(2)$: $(x+y+z)\cdot(y-x) = 27$

отсюда: $x+y+z = \frac{4}{z-y} \Rightarrow \frac{4(z-x)}{z-y} = 32 \Rightarrow$

$8(z-x) = 8(z-y)$

аналогично:

$4(y-x) = 27(z-y)$

$32(y-x) = 27(z-y)$

$\Rightarrow y - x = 1 \Rightarrow y = 1 + x$

$7z = 8y - x$

$4(y-x) = 27\cdot\frac{(y-x)}{7}$

$28\cdot(y-x) = 27(y-x) \Rightarrow$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 2 4 9

$z = \frac{\cancel{x+8}}{7} x + \frac{8}{7} \Rightarrow x^2 + x\cdot(1+x) + 1 + x^2 = 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \qquad y_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

?

$z_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} + \frac{8}{7}$

Ответ: $x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \qquad y_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \qquad z_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} + \frac{8}{7}$

$\varnothing$