ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 0 8 6

Класс 11 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 09.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	9	15	20	0	0					49	сорок девять	

Задача 4.

Обозначим количество батыров, владеющих профессией плотника за x. Тогда $\frac{x}{2}$ – бетонщиков и xn – каменщиков, где $3 \le n \le 20$

$x+2$ – батыры, владеющие двумя профессиями. Пусть y – количество батыров, владеющих только одной профессией, тогда $x+2+y=32$

$x+y=30$. Т.к. $\frac{x}{2} \in \mathbb{Z}$, то x – четное, xn – четное. Значит y – четное.

$x+\frac{x}{2}+xn$ – количество всех профессий, которыми владеют все ~~плотники~~ батыры

$2(x+2)+y = 2(x+2)+30-x$ – точное количество всех профессий, которыми владеют батыры

$$\cancel{x}+\frac{x}{2}+xn = 2\cancel{x}+4+30-\cancel{x}$$

$$\frac{x}{2}+xn=34$$

$$x+2xn=68$$

$$x(1+2n)=68$$

$$n=\frac{68-x}{2x}=\frac{34}{x}-0{,}5 \in \mathbb{Z}$$

По усл.: $3 \le \frac{34}{x}-0{,}5 \le 20$

$$3{,}5 \le \frac{34}{x} \le 20{,}5$$

$$35 \le \frac{340}{x} \le 205$$

~~$x \le \frac{340}{205}$~~

$\frac{340}{205} \le x \le \frac{340}{35}$ Учитывая, что $x \in \mathbb{Z}$, получаем $2 \le x \le 9$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 37086

Задача 4. (продолжение)

Учитывая, что x – четное возможны варианты: 2; 4; 6; 8; ~~0~~

$x=2$ – не подходит, т.к. при таком x значение $n \notin Z$

Единственным x, при котором n будет целым, является $x=4$.

Тогда $y=30-x=26$

(20)

Ответ: 26. V

№6.

$$\begin{cases} x^2+xy+y^2=4 \\ x^2+xz+z^2=9 \\ y^2+yz+z^2=36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y^2}+\frac{x}{y}+1=\frac{4}{y^2} \\ \frac{x^2}{z^2}+\frac{x}{z}+1=\frac{9}{z^2} \\ \frac{y^2}{z^2}+\frac{y}{z}+1=\frac{36}{z^2} \end{cases}$$

Пусть $\frac{x}{y}=t$, $\frac{x}{z}=r$, тогда $\frac{y}{z}=\frac{r}{t}$

$$\rightarrow \begin{cases} t^2+t+1=\frac{4}{y^2} \\ r^2+r+1=\frac{9}{z^2} \\ \left(\frac{r}{t}\right)^2+\frac{r}{t}+1=\frac{36}{z^2} \end{cases}$$

Домножим второе уравнение на 4 и вычтем третье ур-ие:

$$4r^2+4r+4-\frac{r}{t^2}-\frac{r}{t}-1=0$$

$$r^2\left(4-\frac{1}{t^2}\right)+r\left(4-\frac{1}{t}\right)+3=0$$

∅

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 0 8 6

Задача 1.

$x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0$

$x^4-4x^3+4x^2+4x^2-12x+9+4x^2-12x+9+6=0$

$(x^2-2x)^2+(2x-3)^2+(2x-3)^2=-6$ ✓ 5

Т.к. левая часть этого уравнения не может быть отрицательной, то уравнение не имеет решений.

Задача 2.

$(4-\sqrt{15})^x+(4+\sqrt{15})^x\leq 62$

Заметим, что $(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})=16-15=1$. Тогда $4-\sqrt{15}=\frac{1}{4+\sqrt{15}}$.

$\left(\frac{1}{4+\sqrt{15}}\right)^x+(4+\sqrt{15})^x\leq 62$

Обозначим $(4+\sqrt{15})^x$ за t, тогда:

$\frac{1}{t}+t-62\leq 0$

$\frac{t^2-62t+1}{t}\leq 0$

Т.к. $t=(4+\sqrt{15})^x$, то $t>0$, значит:

$t^2-62t+1\leq 0$

$D=62^2-4=(62-2)(62+2)=60\cdot 64$; $\sqrt{D}=8\sqrt{60}=16\sqrt{15}$

$t_1=\frac{62-16\sqrt{15}}{2}=31-8\sqrt{15}$

$t_2=31+8\sqrt{15}$

Учитывая, что старший коэффициент положительный, получаем, что $t\in[31-8\sqrt{15};31+8\sqrt{15}]$

$31-8\sqrt{15}\leq(4+\sqrt{15})^x\leq 31+8\sqrt{15}$

1) Заметим, что $(4+\sqrt{15})^2=16+15+8\sqrt{15}=31+8\sqrt{15}$, значит, $x\leq 2$ (решение правой части двойного неравенства)

2) $(4+\sqrt{15})^x\geq 31-8\sqrt{15}=31-\underbrace{\sqrt{960}}_{<31}$? 9

$\Downarrow$

$x\geq\log_{4+\sqrt{15}}(31-8\sqrt{15})$

Ответ: $x\in[\log_{4+\sqrt{15}}(31-8\sqrt{15});2]$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 37086

Задание 3.

$\cancel{(y^{2019})' - ?}$

$\cancel{y^{2019} = (\sin^2 x)^{2019} = \sin x^{4038}}$ -

$\cancel{(y^{2019})' = ((\sin x)^{4038})' = 4038(\sin x)^{4037}\cos x}$

$y' = (\sin^2 x)' = 2\sin x\cos x = \sin 2x$

$(y')' = \cos 2x \cdot 2 = 2\cos 2x$

$((y')')' = -4\sin 2x$

$(((y')')')' = -8\cos 2x$

Таким образом, заметим, что если порядок четного степени, то производная имеет множитель $\cos 2x$, а не четного $\sin 2x$. Т.к. 2019 – нечетное число, то он будет содержать $\sin 2x$. Также заметим, что производная n-ого порядка содержит множитель 2^{n-1} → производная 2018 порядка будет содержать множитель 2^{2018}. Знак „–" будет перед порядками 3–4, 7–8, 11–12 ... (если число порядка ⋮ 4 или имеет остаток ~~4~~ 3 при делении на 4) Т.к. число 2019 ⋮̸ 4 и ~~не~~ дает остаток 3 при делении на 4, то перед производной ~~не~~ будет знак „–" → производная будет иметь вид:

$-2^{2018}\sin 2x$

Ответ: $-2^{2018}\sin 2x$ v 15