ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

(ab)c=a(bc) E=mc²

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 9 5 7

Класс 11 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 09.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	0	10	15	~~10~~ 15	18	0					58	пятьдесят восемь	

1. $x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0$

$x^4+12x^2+24=4x(x^2+6)$

$x^4+12x^2+72-48-4x(x^2+6)=0$

$x^4+12(x^2+6)-48-4x(x^2+6)=0$

$x^4-48+(x^2+6)(12-4x)=0$

Чтобы данное ур-е имело решение нужно, чтобы

$$\begin{cases} x^4-48=0 \\ (x^2+6)(12-4x)=0 \\ x^2+6>0 \end{cases} \Big\} ? \Rightarrow \begin{cases} 12-4x=0 \\ x^4-48=0 \end{cases} \quad x=3 \Rightarrow 3^4-48=0,$$

0

но $81\neq48$

=> данное ур-е не имеет решение, ч.т.д.

3. $y=\sin^2x$ $\qquad y^{(1)}=(\sin x\cdot\sin x)'=2\sin x\cos x=\sin 2x$

$y^{(2019)}-?$ $\qquad y^{(2)}=2\cos 2x$

$y^{(3)}=-4\sin 2x$

$y^{(4)}=-8\cos 2x$

$y^{(5)}=16\sin 2x$

$y^{(6)}=32\cos 2x$

~~Далее по аналогии следует, что (k≥2)~~

~~Если n=чёт, то n=2k+1, где k-чёт, то $y^{(n)}=1\cdot2^{(n-1)}\sin 2x$~~

~~n=2k+1, где k-нечёт (k~~

~~Пр~~ Продолжение №3:

Далее, по анологии следует, что:

Если $n=2k+1$, где k - чётное ($k\ge 2$), то $y^n=1\cdot 2^{n-1}\cdot\sin 2x$

$n=2k+1$, где k - нечётное ($k\ge 1$), то $y^n=-1\cdot 2^{n-1}\cdot\sin 2x$

$n=2k$, где k - чётное ($k\ge 2$), то $y^n=-1\cdot 2^{n-1}\cdot\cos 2x$

$n=2k$, где k - ~~чётное~~ нечётное ($k\ge 1$), то $y^n=1\cdot 2^{n-1}\cdot\cos 2x$

$n=2019=2k+1$

$k=1009$ - нечётное $\Rightarrow y^{(2019)}=-1\cdot 2^{2018}\sin 2x=-2^{2018}\sin 2x.$ ⑮ v

2. $(4-\sqrt{15})^x+(4+\sqrt{15})^x\le 62$

Пусть $(4+\sqrt{15})^x=t$, $t>0$

Тогда $(4+\sqrt{15})^x=\left(\frac{(4+\sqrt{15})(4-\sqrt{15})}{(4-\sqrt{15})}\right)^x=\left(\frac{1}{4-\sqrt{15}}\right)^x=\frac{1}{t}$

$\frac{1}{t}+t\le 62$

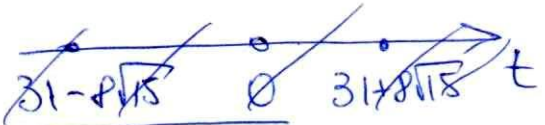
$\frac{t^2-62t+1}{t}\le 0$

$t^2-62t+1=0$

$D=3840$

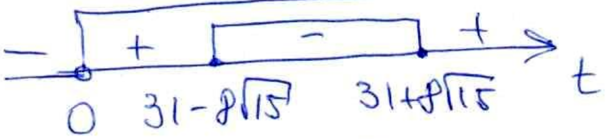
$t_{1,2}=\frac{62\pm 16\sqrt{15}}{2}=31\pm 8\sqrt{15}$

$$\frac{(t-31-8\sqrt{15})(t-31+8\sqrt{15})}{t}\le 0$$



$31 \vee 8\sqrt{15}\ |^{\wedge 2}$

$961>960$ $\Rightarrow$



$\Rightarrow$ ~~t~~ $31-8\sqrt{15}\le t\le 31+8\sqrt{15}$

~~$31-8\sqrt{15}\le(4+8\sqrt{15})^x$~~

~~$31-8\sqrt{15}\le t\le 31+8\sqrt{15}$~~

т.к. за t я мог взять, как $(4+\sqrt{15})^x$, так и $(4-\sqrt{15})^x$, то найду объединение ~~эти~~ решений для двух t

$$\left[\begin{array}{l}31-8\sqrt{15}\le(4+\sqrt{15})^x\le 31+8\sqrt{15}\\ 31-8\sqrt{15}\le(4-\sqrt{15})^x\le 31+8\sqrt{15}\end{array}\right.$$

$\Rightarrow -2\le x\le 2$

$\Rightarrow x\in[-2;2]$

Ответ: $[-2;2]$ v ⑩

4. Пусть x-число плотников, тогда $\frac{x}{2}$ - число бетонщиков и nx - число каменщиков ($3 \le n \le 20$), n-целое, x+2 - число ~~Состав~~ людей, владеющих двумя профессиями

Составлю математическую модель:

$$\frac{x}{2}+x+nx-(x+2)=32$$
$$1{,}5x-x-2+nx=32$$
$$0{,}5x+nx=34$$
$$x(n+0{,}5)=34$$
$$n=\frac{34}{x}-0{,}5$$
$$3\le\frac{34}{x}-0{,}5\le 20$$
$$3{,}5\le\frac{34}{x}\le 20{,}5 \Rightarrow \begin{cases} x\le\frac{34}{3{,}5} \\ x\ge\frac{34}{20{,}5}\end{cases}$$

Т.к. x-целое число, то $\Rightarrow x\in[2;9]$

~~По~~ Решу исходное ур-е методом подстановки x, где x-чётное т.к. $\frac{x}{2}$ -целое.

1) $x=8 \Rightarrow \frac{8}{2}+8+8n-10=32$
$8n=30 \Rightarrow n=\frac{30}{8}$ - не целое $\Rightarrow \varnothing$

2) $x=6 \Rightarrow \frac{6}{2}+6+6n\cancel{+}-8=32$
$6n=31 \Rightarrow n=\frac{31}{6}$ - не целое $\Rightarrow \varnothing$

3) $x=4 \Rightarrow \frac{4}{2}+4+4n-6=32$ ✓
$4n=32 \Rightarrow n=\frac{32}{4}=8$ - целое $\Rightarrow$ n-корень данного ур-я.

4) $x=2 \Rightarrow \frac{2}{2}+2+2n-4=32$
$2n=33 \Rightarrow n=\frac{33}{2}$ - не целое $\Rightarrow \varnothing$.

Число бойцов, владеющих одной профессией будет равно:

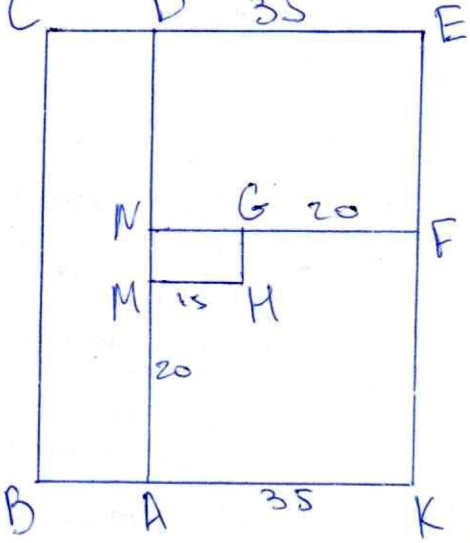
$\frac{x}{2}+x+nx=\frac{4}{2}+4+8\cdot4=6+32=38$ >32 ?

Ответ: ~~38~~.

$32-6=26.$

~~⑩~~ ⑮

№5. Пусть BK – x, а BC – y, тогда ~~xy – площадь~~ $2(x+y)$ – длина ограды.



Площадь участка ABCEFGHM состав:

$(x-35)y+35(y-20-GH)+GH\cdot15=1600$

$xy-\cancel{35y}+\cancel{35y}-700-35GH+15\cdot GH=1600$

$xy-700-20GH=1600$

$xy=2300+20GH$ – площадь многогр. BCEK

Длина ограды: $2(x+y)$

$2(x+y)=2\left(x+\frac{2300+20GH}{x}\right)$.

Минимальная длина ограды будет при наим. GH.

$GH\geq10$ => Мин. значение $GH=10$

=> $2(x+y)=2\left(x+\frac{2500}{x}\right)=2x+\frac{5000}{x}$.

$f(x)=2x+\frac{5000}{x}$

~~$f'(x)=2+\frac{5000}{x^2}=\frac{2x^2+5000}{x}\geq0$~~

~~8000~~ $f'(x)=2-\frac{5000}{x^2}=\frac{2x^2-5000}{x^2}\cancel{\leq0}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\frac{(x^2-2500)}{x^2}\cancel{\leq0}\Leftrightarrow\frac{(x-50)(x+50)}{x^2}\cancel{\leq0}$

$+$ ↗ ↘ ↘ ↗ ; -50, 0, 50, x

$x=50$ – мин значение ф-ции $f(x)$

=> наим. длина ограды достигается при $x=50$.

$=2(x+y)=2\cdot50+\frac{5000}{50}=100+100=200$ =>

~~=> 200m минин~~ => 200m – наим. длина ограды.

Ответ: 200m. , другие значения?

18