


Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

3	5	1	5	9
---	---	---	---	---

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Н.Э.Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись	
											Цифрой	Прописью		
Оценка	0	8	0	20	0	30						58	пятьдесят восемь	

Задание 1

$$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 36 - 12 = 0$$

$$(x^2 + 6)^2 - 4x(x^2 + 6) - 12 = 0$$

Пусть $x^2 + 6 = t$, тогда $t^2 - 4x \cdot t - 12 = 0$, $D = 16x^2 + 48$

$$t_{1,2} = \frac{4x \pm \sqrt{16x^2 + 48}}{2}; \quad 1) \quad 4x + 16x^2 + 48 = 2x^2 + 12; \quad 14x^2 + 4x + 36 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 14 \cdot 36 < 0 \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$2) \quad 4x - 16x^2 - 48 = 2x^2 + 12; \quad 18x^2 - 4x + 60 = 0, \quad 8x^2 - 2x + 30 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 8 \cdot 30 < 0 \Rightarrow x \in \emptyset$$

? Таким образом мы видим, что при любых x ~~уравнение не имеет решений.~~ \emptyset

Задание 2

$$(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x \leq 62$$

Докажем, что $x=2$, тогда $(4 - \sqrt{15})^2 + (4 + \sqrt{15})^2 = 16 - 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{15} + 15 + 16 + 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{15} + 15 = 16 + 15 + 16 + 15 = 32 + 30 = 62$.

Отсюда можем предположить, что такое же значение

будет при $x = -2$, проверим $\frac{1}{(4 - \sqrt{15})^2} + \frac{1}{(4 + \sqrt{15})^2} = \frac{(4 + \sqrt{15})^2 + (4 - \sqrt{15})^2}{(4 - \sqrt{15})^2 (4 + \sqrt{15})^2} = \frac{62}{(16 - 15)(16 - 15)} = \frac{62}{1 \cdot 1} = 62$.

Теперь мы можем уверенно сказать что верно при

$-2 \leq x \leq 2$

Функция "х" - ?

Ответ: $x \in [-2; 2]$ \checkmark Дока-во, что это точно так?

Задача 6

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x^2 + xz + z^2 = 9 \\ y^2 + yz + z^2 = 36 \end{cases}$$

$$x, y, z > 0$$

из первого ур-я видно, что $x < 2$ и $y < 2$, т.к. $xy > 0$

из второго ур-я видно, что $z < 3$, т.к. $z > 0$

Тогда подставим эти максимальные значения
в третье: $4 + 2 \cdot 3 + 9 = 13 + 6 = 19$

Отсюда видно, что $y^2 + yz + z^2 < 19$, что ~~не~~
меньше 36. Тогда мы видим, что систему
с наименьшими x, y, z невозможно
решить.

(30)

Ответ: $x, y, z \in \emptyset$, при $x, y, z > 0$