

ШИФР 1665

Класс 11 Вариант 2 Дата Олимпиады 19.02.2014

Площадка написания УТЦ ООО "Газпромтрансгаз Норск"

Задача	1	2	3	4	5	Σ		Подпись
						Цифрой	Прописью	
Оценка	9	10	10	9	10	48	(сорок восемь)	60/60 -

Задача 1. +

Дано: l, m, v .

Найти: k .

Решение:

После того, как мы пережмем нить, грузы ~~будут двигаться~~ ~~и будут~~ приобретут ускорение по оси Oy под действием силы упругости пружинки.

Рассмотрим случай, когда грузы разлетаются ~~под углом 45°~~ ~~при~~ ~~непостоянной и не растянутой пружине.~~ ~~в момент времени~~ ~~векторами~~

Если угол в этот момент времени между ~~векторами~~ ~~скоростями~~ ~~грузиков~~ ~~будет $\leq 90^\circ$~~ , то они не смогут его достичь, т.к. далее при разлёте грузиков будет действовать сила упругости пружинки, которая будет уменьшать модуль скорости по оси Oy и следовательно угол между векторами.

Если угол $> 90^\circ$, то ~~про~~ ~~интервал~~ ~~между~~ ~~векторами~~ ~~ско-~~ ~~ростей~~ этот угол был достигнут ранее.

Рассмотрим крайний случай, когда в этот момент времени угол между скоростями равен 90° .

Из рисунка (2) следует, что $|\vec{v}_y| = |\vec{v}_x| \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{2} v$ (из теоремы Пифагора)

По 3.с.э.:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = 2 \frac{m(\sqrt{2}v)^2}{2}$$

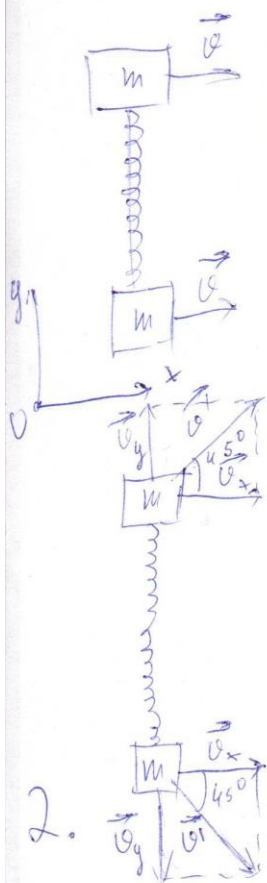
$$mv^2 + \frac{kx^2}{2} = 2mv^2$$

$$(4) k = \frac{2mv^2}{x^2}$$

Исходя из п. (3) и (4) $k \geq \frac{2mv^2}{x^2}$

$$\text{Ответ: } k \geq \frac{2mv^2}{x^2}$$

поэтому неравенство



ШИФР 1665

Задача 2. +

Дано: A ; $T_{\max} - T_{\min} = \Delta T$, $V = 1$ моль

Найти: Q_{12}

Решение:

Исходя из уравнения идеального газа:

$$\textcircled{1} pV = \nu RT$$

$T_{\max}$ наблюдается в состоянии 2, т.к. в этом

состоянии максимально p и V .

Обозначим T_1, T_2 и T_3 , как температуры в состояниях 1, 2 и 3 соответственно.
Также обозначим $\Delta U_{12}, \Delta U_{23}, \Delta U_{31}$, как изменения внутренней энергии газа
в процессах 1-2, 2-3, 3-1 и A_{12}, A_{23}, A_{31} , как работу, совершаемую газом в
процессах 1-2, 2-3, 3-1.

Т.к. процесс 2-3 - изохорический, то $A_{23} = 0$. Тогда

$$\textcircled{1} A = A_{12} + A_{31}.$$

Т.к. процесс 3-1 - адиабатический, то, исходя из второго закона термодинамики,

$$\textcircled{2} A_{31} = -\Delta U_{31}.$$

из второго закона термодинамики следует:

$$\textcircled{3} Q_k = A_{12} + \Delta U_{12}.$$

$$\textcircled{4} \text{Т.к. 12-изобара, то } A_{12} = p_2(V_2 - V_1),$$

$$\text{Т.к. газ одноатомный, то } \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) - \text{из } \textcircled{1} \text{ следует,}$$

$$\text{что } \Delta U_{12} = \frac{3}{2} p_2(V_2 - V_1), \text{ тогда } \textcircled{4} Q_{12} = \frac{5}{2} (p_2(V_2 - V_1)) = \frac{5}{2} \Delta U_{12}.$$

Т.к. газ совершает работу по замкнутому циклу, то

$$\textcircled{5} \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{31} = 0 \Rightarrow \Delta U_{12} = -\Delta U_{23} - \Delta U_{31}$$

из графика видно, что газ в процессе 3-1 совершает отрицательную работу, тогда из $\textcircled{2}$ следует, что $\Delta U_{31} > 0 \Rightarrow T_1 > T_3$, тогда $T_{\min} = T_3$.

$$\textcircled{5} \Delta U_{23} = \frac{3}{2} \nu R(T_3 - T_2) = -\frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R(T_{\min} - T_{\max})$$

$$\text{Из } \textcircled{6} \text{ и } \textcircled{7} \text{ следует, что } A_{12} = \frac{2}{3} \Delta U_{12}$$

$$\text{Подставив } \textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{5} \text{ и } \textcircled{8} \text{ получим, что } \Delta U_{12} = A - A_{12} + \frac{3}{2} \nu R \Delta T =$$

$$= A - \frac{2}{3} \Delta U_{12} + \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$



ШИФР 1665

Задача 2 (продолжение)

$$\delta U_{12} = A - A_{12} + \frac{3}{2} J R \Delta T = A - \frac{2}{3} \delta U_{12} + \frac{3}{2} J R \Delta T$$

$$\delta U_{12} = \frac{3}{5} (A + \frac{3}{2} J R \Delta T)$$

Подставим полученное в (4)

$$Q_{12} = \frac{3}{2} A + \frac{9}{4} J R \Delta T, \text{ т.к. } J=1, \text{ то } Q_{12} = \frac{3}{2} A + \frac{9}{4} R \Delta T \quad Q = A + \frac{3}{2} J R \Delta T; J=1 \Rightarrow \Rightarrow Q = A + \frac{3}{2} R \Delta T$$

$$\text{Ответ: } Q = \frac{3}{2} A + \frac{9}{4} R \Delta T$$

$$\text{Ответ: } Q = A + \frac{3}{2} R \Delta T$$

Задача 3. +

Дано: Q, q .

Найти: q_m .

Решение:

После первого прикосновения шарик стал заряжен до значения $Q-q$.
Т.к. пластинка и шарик проводящие, то после прикосновения их потен-
циал стал одинаковым:

$\varphi_m = \varphi_n$. Т.к. φ прямо пропорционален заряду, то можно записать:

$$① K_1(Q-q) = K_2(q), \text{ где } K_1, K_2 - \text{некоторые константы, зависящие от геометрических характеристик тел}$$

Когда пластинка зарядится до некоторого максимального значения q_m , то заряд шарика после прикосновения не изменится, следовательно q при заряде Q равен потенциалу пластинки при заряде q_m .

$$② K_1 Q = K_2 q_m \quad \text{Поделив ① на ② получим, что } \frac{Q-q}{Q} = \frac{q}{q_m} \Rightarrow q_m = \frac{qQ}{Q-q}$$

$$\text{Ответ: } q_m = \frac{qQ}{Q-q}$$

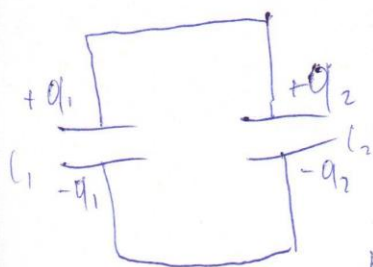
ШИФР 1665

Задача 4.

Дано: $q, d_1 = d_0 + vt, d_2 = d_0 - vt$.

Найти: j .

Решение:



Т.к. конденсаторы соединены параллельно, то напряжение на обкладках конденсатора 1 равно напряжению

на обкладках конденсатора 2:

$$① \quad V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$$

Ёмкость плоского конденсатора вычисляется по формуле:
 $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$, где S — площадь обкладок, d — расстояние между обкладками.

Зная зависимость $d_1(t)$ и $d_2(t)$ запишем $C_1(t)$ и $C_2(t)$:

$$② \quad C_1(t) = \frac{\epsilon_0 S}{d_0 + vt}; \quad C_2(t) = \frac{\epsilon_0 S}{d_0 - vt}$$

Т.к. изначально на конденсаторах был заряд по q , то в любой момент времени:

$$③ \quad q_1 + q_2 = 2q.$$

Составим и решим систему уравнений ①, ② и ③:

$$\begin{cases} \frac{q_1}{\frac{\epsilon_0 S}{d_0 + vt}} = \frac{q_2}{\frac{\epsilon_0 S}{d_0 - vt}} \\ q_1 + q_2 = 2q \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_1 d_0 + q_1 vt = q_2 d_0 - q_2 vt \\ q_1 = 2q - q_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2q d_0 + 2q vt - q_2 d_0 - q_2 vt = q_2 d_0 - q_2 vt \\ 2q d_0 + 2q vt - q_2 d_0 = q_2 d_0 \end{cases}$$

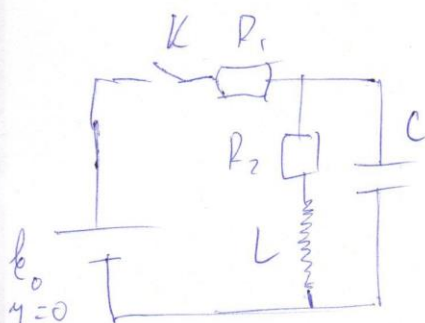
$$④ \quad q_2 = \frac{q d_0 + q vt}{d_0}$$

Сила тока j будет равна $j = \frac{dq_2}{dt} = q_2'(t) = \frac{qv}{d_0}$

$$\text{Ответ: } \frac{qv}{d_0} = j$$

ШИФР 1665

Задача 5.



Дано: $\varepsilon_0, R_1, R_2, C, L$.

Найти: Q .

Решение:

После замыкания ключа, когда установится постоянный режим, напряжение на конденсаторе U_C будет равно напряжению на ~~конденсаторе~~ резисторе R_2 , т.к. Они соединены параллельно.

$U_C = U_{R_2}$; $U_{R_2} = I_{R_2} \cdot R_2$ (по закону Ома).

~~Рассмотрим контур из~~ Рассмотрим контур из ε_0, R_1 и R_2 . По второму правилу

Кирхгофа:

$$\varepsilon_0 = I R_1 + I R_2$$

$$\textcircled{1} I = \frac{\varepsilon_0}{R_1 + R_2} \Rightarrow U_{R_2} = \frac{\varepsilon_0 R_2}{R_1 + R_2} = U_C$$

$\textcircled{2}$ После размыкания ключа будут происходить затухающие колебания ^{на контуре с катушкой и конденсатором} в контуре ~~контуре~~ резистора R_2 .
 $\times$ в них не стоит равна 0, т.к. закон сохранения энергии. Энергия в цепи равно:

Количество теплоты, выделившееся в цепи равно:
 $Q = W_H - W_K$, где W_H - энергия катушки и конденсатора в момент времени перед размыканием ключа; W_K - энергия катушки и конденсатора через некоторое время после размыкания ключа K .

Из утв. $\textcircled{2}$ следует, что $W_K = 0$.

$$W_H = W_L + W_C, \text{ где } W_L = \frac{L I^2}{2}; W_C = \frac{C U_C^2}{2}$$

$$Q = \frac{L I^2}{2} + \frac{C U_C^2}{2} = \frac{L}{2} \left(\frac{\varepsilon_0}{R_1 + R_2} \right)^2 + \frac{C R_2^2}{2} \left(\frac{\varepsilon_0}{R_1 + R_2} \right)^2 = \left(\frac{\varepsilon_0}{R_1 + R_2} \right)^2 \left(\frac{L + C R_2^2}{2} \right)$$

$$\text{Ответ: } Q = \left(\frac{\varepsilon_0}{R_1 + R_2} \right)^2 \left(\frac{L + C R_2^2}{2} \right)$$