ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 738

Класс 10 **Вариант** 7 **Дата Олимпиады** 11.02.2017

Площадка написания ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	10	10	0	15	5	0	60	шестьдесят	

№1

$(x-1)(x-3)(x-5) = x(x^2-9)$

$(x-1)(x-3)(x-5) - x(x-3)(x+3) = 0$

$(x-3)((x-1)(x-5) - x(x+3)) = 0$

$(x-3)(5-9x) = 0$

$x = 3 \quad x = \frac{5}{9}$

Ответ: $3; \frac{5}{9}$

№2

$\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+1} = 2 \quad |\uparrow 2$

ОДЗ: $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 3x+1 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq -\frac{1}{3} \end{cases}$

$x - 1 + 2\sqrt{(x-1)(3x+1)} + 3x + 1 = 4$

$2\sqrt{(x-1)(3x+1)} = -4x + 4 \quad |\uparrow 2$

Д.у. $-4x+4 \geq 0$

$x \leq 1$

$4(x-1)(3x+1) = 16(x-1)^2$

$4(x-1)(3x+1-4x+4) = 0$

$4(x-1)(5-x) = 0$

$x = 1 \quad x = 5$ - не уд. Д.у.

Ответ: 1.

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 738

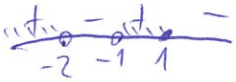
N3

ОДЗ $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -2 \end{cases}$

$\frac{2}{x+1} \geq \frac{3}{x+2}$

$\frac{2x+4-3x-3}{(x+1)(x+2)} \geq 0$

$\frac{1-x}{(x+1)(x+2)} \geq 0$



Ответ: $(-\infty; -2) \cup (-1; 1]$

N4

$\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = \frac{11}{12}$

$\log_3 x = c_1 \quad \log_9 x = c_2 \quad \log_{27} x = c_3 \quad c_1 + c_2 + c_3 = \frac{11}{12}$

$x = 3^{c_1} \quad x = 3^{2c_2} \quad x = 3^{3c_3}$

$c_1 = 2c_2 = 3c_3$

$3c_3 + 1{,}5c_3 + c_3 = \frac{11}{12}$

$c_3 = \frac{1}{6}$

$c_1 = \frac{1}{2} \quad x = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

Ответ: $\sqrt{3}$

N5

$8 \cdot 4^x + 1 \leq 6 \cdot 2^x$

$8 \cdot 2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 1 \leq 0$

$t = 2^x, t > 0$

$8t^2 - 6t + 1 \leq 0$

$D = 36 - 32 = 4$

$t = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{16}$

$t_1 = \frac{1}{2} \quad t_2 = \frac{1}{4}$

$2^x = \frac{1}{2} \quad 2^x = \frac{1}{4}$

$x = -1 \quad x = -2$



Ответ: $[-2; -1]$

№6

Сиб, А, П, Сиан

$\begin{cases} Сиан = 2А \\ П = 1,5 Сиан \\ Сиб = П - 13 \end{cases} \begin{cases} А = \frac{Сиан}{2} \\ П = 1,5 Сиан \\ Сиб = 1,5 Сиан - 13 \end{cases}$

Всего 77

$А + П + Сиб + Сиан = 77$

$\frac{Сиан}{2} + 1,5 Сиан + 1,5 Сиан - 13 + Сиан = 77$

$\frac{9}{2} Сиан = 90$

$Сиан = 20$

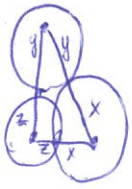
$А = 10$

$П = 30$

$Сиб = 17$

Ответ: А=10, Сиан=20, П=30, Сиб=17.

№8



Меньшая окружность на прямом угле так, как гипотенуза – бо́льшая сторона и является суммой бо́льших радиусов.

x – радиус бо́льшой окр $x = 6$

y – радиус средней окр $y = 4$

z – радиус маленькой окр

по теор Пифагора

$(y+z)^2 + (x+z)^2 = (y+x)^2$

$(4+z)^2 + (6+z)^2 = 10^2$

$16 + 8z + z^2 + 36 + 12z + z^2 = 100$

$z^2 + 10z - 24 = 0$

$D = 100 + 96 = 14^2$

$z = \frac{-10 \pm 14}{2}$

$z = 2$ $z = -12$ – не существует

Ответ: 2

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 738

№9

$$\begin{cases} x+y=\frac{\pi}{4} \\ \operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y=\sqrt{3}(\sqrt{3}-2) \end{cases} \qquad y=\frac{\pi}{4}-x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\sin y}{\cos y}=\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)$$

$$\frac{\sin x\cos y+\sin y\cos x}{\cos x\cos y}=\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)$$

$$\frac{2\sin(x+y)}{\cos(x+y)+\cos(x-y)}=\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)$$

$$\frac{2\sin\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{4}+\cos(x-y)}=\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2\cos(x-y)}=\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)$$

$$\cos(x-y)=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)}-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(x-\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\right)=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)}-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$$