ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 2 | 0 | 3 | 6 |

Класс 11 **Вариант** 12 **Дата Олимпиады** 09.02.19

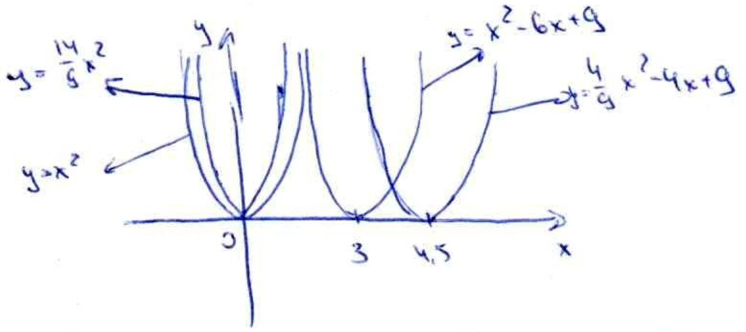
Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	5	15	20	20	—					65	шестьдесят пять	

① $x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0$

$(x^4-6x^3+9x^2)+(\frac{4}{9}x^2-4x+9)+\frac{14}{9}x^2=0$

$x^2(x^2-6x+9)+(\frac{4}{9}x^2-4x+9)+\frac{14}{9}x^2=0$



Заметим, что у всех парабол $D\leq 0$ => они все вершины имеют на оси X и имеют ~~...~~ по одному корню, также ветви всех парабол направлены вверх, поэтому сумма значений всех парабол для любого x не может быть равна нулю => у начальной функции нет пересечений с осью X, а у уравнения нет решений ✓ 5

③ $y=\cos^2 x$

$y'=(\cos^2x)'=(\cos x)'\cdot(\cos^2 x)'=-2\sin x\cos x=-\sin 2x$

$y''=(-\sin 2x)'=(-1)\cdot(\sin 2x)'\cdot(2x)'=-2\cos 2x$

$y'''=4\sin 2x$

$y''''=8\cos 2x$

Заметим, что коэффициент при тригоном. ф. равен ~~...~~ 2^{n-1}, где n — номер производной.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 2 0 3 6

Также заметим, что чередуются ~~синус~~ $\sin 2x$ и $\cos 2x$, при этом при нечетных номерах производной производная $= \pm k \sin 2x$

Знак при производной также чередуется — 1 и 2, 5 и 6, 9 и 10, .. 2017 и 2018 производные будут со знаком „−", а 3 и 4, 7 и 8, ..., 2019 и 2020 со знаком „+".

$y^{(2019)} = (\cos^2 x)^{(2019)} = 2^{2018} \cdot \sin 2x$. ✓ 15

④ Обозначим за a_1 — количество бойцов с 1 проф, за a_2 — кол-во бойцов с 2 проф., за N — общее кол-во профессий, за P — кол-во плотников

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 36 & \text{— общее кол-во бойцов} \\ a_1 + 2a_2 = N & \text{— общее кол-во профессий} \\ a_2 - 3 = P \\ \frac{1}{3}P + P + P\cdot n = N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + a_2 = 36 \\ \cancel{a_1+2a_2=N} \\ a_2 - 3 = P \\ a_1 + 2a_2 = P\left(\frac{4}{3}+n\right) \\ N = P\left(\frac{4}{3}+n\right) \end{cases} \Leftrightarrow$$

✓

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + a_2 = 36 \\ a_1 + 2a_2 = (a_2-3)\left(\frac{4}{3}+n\right) \\ a_2 - 3 = P \\ N = P\left(\frac{4}{3}+n\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = (a_2-3)\left(\frac{4}{3}+n\right) - 36 \\ a_1 + a_2 = 36 \\ a_2 - 3 = P \\ N = P\left(\frac{4}{3}+n\right) \end{cases}$$

✓

$$a_2 = \frac{4}{3}a_2 - 4 + a_2 n - 3n - 36$$

$$a_2(3n+1) = 120 + 9n$$

$$a_2 = \frac{120+9n}{3n+1}$$

Зная, что a_2 и n целые и $3 \le n \le 20$, перебором найдем единств. подходящие $n=4$ и $a_2 = 12$. Тогда $a_1 = 36 - 12 = 24$

Ответ: $a_1 = 24$ ✓ 20

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 2 | 0 | 3 | 6 |

2) $\left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x \le 14$

$\left(\sqrt{4-4\sqrt{3}+3}\right)^x+\left(\sqrt{4+3+4\sqrt{3}}\right)^x \le 14$

$\left(\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}\right)^x+\left(\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}\right)^x \le 14$

$(2-\sqrt{3})^x+(2+\sqrt{3})^x \le 14$

Заметим, что

$7-4\sqrt{3}+7+4\sqrt{3}=14$

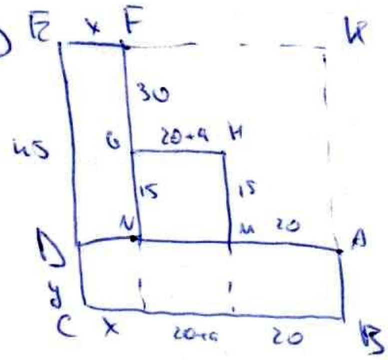
$\Downarrow$

при $x=2$

значение выражения $=14$

Ответ: $x \le 2$. $[-2; 2]$

5

5) 

Заметим, что при равном периметре наибольшая площадь из всех фигур, пригодных для ограждения лагеря, будет квадрат

$P=2(20+a+20+x)+2(45+y)=$

$=170+2x+2y+2a$

$20+20+a+x=45+y$ — равенство длин сторон квадрата

$a+x=5+y$

$S=45x+15(20+a)+$

$+y(x+a+40)=2100$

Скажем, что $a=0$!

$\begin{cases}45x+yx+40y=1800\\ x=5+y\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}225+45y+5y+y^2+40y=1800\\ x=5+y\end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases}y^2+90y-1575=0\\ x=5+y\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(y+105)(y-15)=0\\ x=5+y\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=15\\ \underline{\underline{x=20}}\end{cases}\\ \begin{cases}y=-105\\ x=-100\end{cases}\end{array}\right.$

$P=170+2\cdot20+2\cdot15=240$ м ✓

$BK=45+15=60$ м ✓

$KE=20+20+a+x=20+20+0+20=60$ м ✓

$GH=20$ м ✓

20