

ШИФР _____

11537

Класс 10 Вариант 8 Дата Олимпиады 11.02

Площадка написания Горного университета

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	10	10	10	0	10	0	60	шесть-десять	

N1. $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x - 2) = 5$

$$x^2 - 2x + 2 = a$$

$$a(a-4) = 5$$

$$a^2 - 4a - 5 = 0$$

$$a = 5 \vee a = -1$$

$$x^2 - 2x + 2 = 5$$

$$x^2 - 2x + 2 = -1$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$x = 3 \vee x = -1$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1-3}$$

н.к.

Ответ: $x = 3$
 $x = -1$

N2. $\sqrt{3x-3} - \sqrt{x-3} = 4$

$$\sqrt{3x-3} = 4 + \sqrt{x-3}$$

$$3x-3 = 16 + x\sqrt{x-3} + 8\sqrt{x-3}$$

$$2x-16 = 8\sqrt{x-3} \quad | :2$$

$$x-8 = 4\sqrt{x-3}$$

$$x^2 - 16x + 64 = 16x - 48$$

$$x^2 - 32x + 112 = 0$$

$$x = 16 \pm \sqrt{256 - 4 \cdot 112}$$

$$x = 28 \vee x = 4$$

н.к. (ОБР)

Ответ: $x = 28$

ОДЗ

$$3x-3 \geq 0$$

$$x \geq 1$$

$$x-3 \geq 0$$

$$x \geq 3$$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 1 \\ x \geq 3 \end{array} \right\} x \geq 3$$

ОБР

$$x \geq 8$$

N3.

$$\frac{-x^3 + 2x^2 + x - 1}{2-x} < x^2$$

ОДЗ

$$x \neq 2$$

$$x \neq 2$$

$$\frac{-x^3 + 2x^2 + x - 1 - 2x^2 + x^3}{2-x} < 0$$

$$\frac{x-1}{2-x} < 0$$

$$\frac{1}{1} \rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$$

Ответ: $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

№4.

$$\lg(3x-1) - \frac{1}{2} \lg(x+1) = \frac{1}{2} \lg(x+13)$$

$$\begin{array}{l} \text{ОДЗ} \\ 3x-1 > \frac{1}{3} \\ x > -\frac{1}{3} \\ x > -13 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{ОДЗ} \\ 3x-1 > \frac{1}{3} \\ x > -\frac{1}{3} \\ x > -13 \end{array}} \right\} x > \frac{1}{3}$$

$$\lg(3x-1) - \lg \sqrt{x+1} = \lg \sqrt{x+13}$$

$$\lg \frac{3x-1}{\sqrt{x+1}} = \lg \sqrt{x+13}$$

$$\frac{3x-1}{\sqrt{x+1}} = \sqrt{x+13}$$

$$3x-1 = \sqrt{x+13} \sqrt{x+1}$$

$$9x^2 - 6x + 1 = x^2 + 14x + 13$$

$$8x^2 - 20x - 12 = 0 \quad | :4$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$x = 3 \quad \vee \quad x = -\frac{1}{2} \quad x = -\frac{1}{2}$$

н.к.

$$\begin{array}{l} \text{ОБЗ} \\ 3x-1 \geq 0 \\ x \geq \frac{1}{3} \end{array}$$

Ответ: ~~$x = -\frac{1}{2}$~~ $x = 3$

№5.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-8x+14}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+2} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-8x+14} \quad \left(\frac{1}{3} < 1 \Rightarrow \text{знак меняется}\right)$$

$$2x+2 < 2x^2-8x+14$$

$$2x^2 - 10x + 12 > 0 \quad | :2$$

$$x^2 - 5x + 6 > 0$$

$$x = 3 \quad x = 2$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$$

$$x \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$$

Ответ: $x \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

№6.

x - кол-во А

y - кол-во В

$$\begin{cases} 2x + 3y = 146 \\ 4x + 5y = 258 \end{cases} \quad | \cdot 2$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 146 \\ 4x + 5y = 258 \end{cases}$$

$$\ominus \begin{cases} 4x + 6y = 292 \\ 4x + 5y = 258 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 6y = 292 \\ 4x + 5y = 258 \end{cases}$$

$$y = 34$$

$$x = \frac{146 - 3y}{2} = \frac{146 - 102}{2} = 22$$

Ответ: 22 шт. А
34 шт. В



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

11537

N7.

$$\left. \begin{array}{l} S = 36 \\ a_1 = 4 \\ a_n = 5 \\ n = ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \\ 36 = \frac{4 + 5}{2} \cdot n \\ n = \frac{36}{5} \cdot 2 = 8 \end{array}$$

Ответ: $n = 8$

N10.

$$\sqrt[3]{40 + \sqrt{15+3}} + \sqrt[3]{40 - \sqrt{15+3}} = \sqrt[3]{40 + \sqrt{18}} + \sqrt[3]{40 - \sqrt{18}} = \frac{3 + \sqrt[3]{(40 + \sqrt{18})^3}}{\sqrt[3]{40 + \sqrt{18}}} = \frac{3 + \sqrt[3]{3173 - 80\sqrt{15+3}}}{\sqrt[3]{40 + \sqrt{15+3}}}$$

N9.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin x + \cos y = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \\ x + y = \frac{2\pi}{3} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{2\pi}{3} - y \\ \sin(\frac{2\pi}{3} - y) + \cos y = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{2\pi}{3} - y \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \cos y + \frac{1}{2} \sin y + \cos y = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \end{array} \right.$$

$$x = y = \frac{2\pi}{3 \cdot 2}$$

$$x = y = \frac{\pi}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \\ \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \cos x + \sin y = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{3}$
 $y = \frac{\pi}{3}$

N8.

a - сторона ромба

$$S_p = 2\pi a \quad S_{\text{кв.}} = 2r$$

r - радиус окружности

$$\frac{S_p}{S_{\text{кв.}}} = \frac{2\pi a}{2r} = \frac{a}{r}$$

Ответ: $\frac{a}{r}$