



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



ШИФР

649

Класс 10 Вариант 8 Дата Олимпиады 11.02.2017

Площадка написания ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	0	10	10	10	15	5	0	65	шесть-десять пять	<i>З</i>

N1

$$(x^2 - 7x + 2)(x^2 - 7x - 2) = 5$$

$$x^2 - 7x = t$$

$$(t+2)(t-2) = 5$$

$$t^2 - 4 = 5$$

$$t^2 = 9$$

$$t = 3$$

$$t = -3$$

$$x^2 - 7x = 3$$

$$x^2 - 7x = -3$$

$$x^2 - 7x - 3 = 0$$

$$x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$x = 3$$

$$x = -1$$

$$D < 0$$

Ответ: $\{-1, 3\}$

N2

$$\sqrt{3x-3} - \sqrt{x-3} = 4$$

$$0 < 3;$$

$$x > 3$$

$$\sqrt{3x-3} = \sqrt{x-3} + 4 \quad / \uparrow^2$$

$$3x-3 = x-3 + 16 + 8\sqrt{x-3}$$

$$x-8 = 8\sqrt{x-3} \quad / \uparrow^2$$

$x > 8$; т.е. порядок чисел не меняется при возведении в квадрат

$$x^2 - 16x + 64 = 16x - 48$$

$$x^2 - 32x + 112 = 0$$

$$D = 256 - 112 = 144$$

$$x = 16 \pm 12$$

$$x = 28$$

$$x = 4 \text{ не подходит}$$

$$\text{Ответ: } \{28\}$$

~3

$$\frac{-x^3 + 7x^2 + x - 1}{x - 2} \leq x^2$$

$$\frac{x^3 - 7x^2 - x + 1}{x - 2} - x^2 \leq 0$$

$$\frac{1-x}{x-2} \leq 0$$

$$\frac{1-x}{x-2} = 0$$

$$\begin{cases} 1-x=0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x=1 \\ x \neq 2 \end{cases}$$



$$\text{Ответ: } (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{7x^2-8x+11}$$

~5

$7x+2 < 7x^2-8x+11$, т.к. если возводить в квадрат

число < 1 оно будет уменьшаться

$$7x^2 - 10x + 9 > 0$$

$$7x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=3 \end{cases}$$



Ответ: $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$

✓6

$$A = 2x + 4y$$

x - медь

$$B = 3x + 5y$$

y - свинец

$$W + B = 146x + 258y$$

$$W(2x + 4y) + B(3x + 5y) = 146x + 258y$$

$$2xW + 4yW + 3xW + 5yB = 146x + 258y$$

$$x(2W + 3B) + y(4W + 5B) = 146x + 258y$$

$$\begin{cases} 2W + 3B = 146 \\ 4W + 5B = 258 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} W = 22 \\ B = 34 \end{cases}$$

Ответ: Деталей типа А - 22, деталей типа В - 34

✓7

$$S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$$

$$n = \frac{25n}{a_1 + a_n}$$

$$n = \frac{2 \cdot 36}{2 + 5} = \frac{72}{7} = 8$$

Ответ: {8}

18

$$S_{\Delta} = a \cdot b \cdot \sin \angle$$

т.н. равно, то $a=b$; ~~a~~ $\angle = 30^\circ$

$$S_{\Delta} = a^2/2$$

$S_{\Delta} = r \cdot 2 \cdot a$; т.н. равно разбивается на 4 треугол Δ ; и площадь каждого
равна $1/2 r a$

$$\frac{a^2}{2} = 2 r a$$

$\Downarrow$

$$r = 0.25 a$$

$D = 2r$; диаметр является диагональю квадрата, значит:

$$B = \frac{2r}{\sqrt{2}} \quad (b - \text{сторона квадрата})$$

$$S_{\square} = B^2$$

$$S_{\square} = \frac{4r^2}{2} = 2r^2 = \cancel{4r^2} \cdot \frac{1}{8} \cdot a^2$$

$$\frac{S_{\Delta}}{S_{\square}} = \frac{\cancel{a^2} \cdot \cancel{4}}{\cancel{2} \cdot \cancel{a^2}} = 2 \quad \frac{a^2}{2} \cdot \frac{8}{a^2} = \frac{8a^2}{a^2 \cdot 2} = 4$$

Ответ: $\frac{S_{\Delta}}{S_{\square}} = 4$

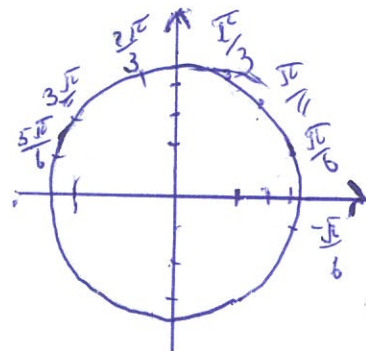


19

$$\begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \\ x+y = \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x+y = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{— подходит}$$

$$\begin{cases} \sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2} \\ \cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \quad \text{— подходит.}$$



$\sin$ брать из III и IV кв.; т.к. надо чтобы были положительные значения; также брать $\cos$ из II и III кв.; таким образом эти два сочетания единственно возможные

Ответ: $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$; $y = \frac{5\pi}{6} - 2\pi k$

~~$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$; $y = -\frac{\pi}{6} - 2\pi k$ | $k \in \mathbb{Z}$~~

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ y = \frac{5\pi}{6} - 2\pi k \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \\ y = -\frac{\pi}{6} - 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\sqrt[3]{90 + \sqrt{1573}} + \sqrt[3]{90 - \sqrt{1573}} = \sqrt[3]{90 + 11\sqrt{13}} + \sqrt[3]{90 - 11\sqrt{13}}$$