ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 3 8 8

Класс 11 **Вариант** 12 **Дата Олимпиады** 9.02.2019

Площадка написания МГТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	0	2	7	20	19	30					78	семьдесят восемь	

№4

пусть плотников p, бетонщиков b, каменщиков k,

тогда $k = n\cdot p = 3nb$

тогда ~~36=~~ $k+p+b=(3n+3+1)b$ ~~$\Rightarrow 36 \vdots (3n+4)$~~ и $n\in[3;20]$, $n\in\mathbb{Z}$

тогда $36+p+3=k+p+b \Leftrightarrow 39=k+b \Leftrightarrow 39=(3n+1)b \Rightarrow 39 \vdots (3n+1)$

$\Rightarrow 3n+1=13$ и $n=4$ ✓ $\Rightarrow$ одной профессией владеют $36-p-3=$

$=33-p=33-3b=33-3\cdot\frac{39}{3n+1}=33-3\cdot\frac{39}{13}=33-9=24$

Ответ: 24 ✓ 20

№5

пусть $GH=y$; $AB=x$; $DN=z$ ~~$\Rightarrow (45+x)(20+y+z)\ldots 2100$~~

$\Rightarrow 45\cdot z+15\cdot y+(20+y+z)x=2100$

$\min(2(x+y+z)+130)=?$

$BK=45+x$

$KE=20+y+z$

заметим, что $(45+x)(20+y+z)=45z+15y+(20+y+z)x+20\cdot45+30y=3000+30y\geq3600$

и $(45+x)(20+y+z)=3600 \Leftrightarrow y=20 \Leftrightarrow (45+x)(20+z)=3600$

$\Rightarrow z=\frac{3600}{45+x}-40 \Rightarrow x+z=\frac{x^2+5x+1800}{45+x} \Rightarrow \min(x+z)=\min\left(\frac{x^2+5x+1800}{45+x}\right)=\frac{15^2+5\cdot15+1800}{45+15} \Rightarrow x=15;\ z=20$

$\Rightarrow$ ~~$\min(x+y+z)$~~ $\min(2(x+y+z)+130)=2(15+20+20)+130=240$

Ответ: 240 м – длина ограждения; $BK=15+15+30=60$ м; $KE=20+20+20=60$ м

GH = ? 19

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

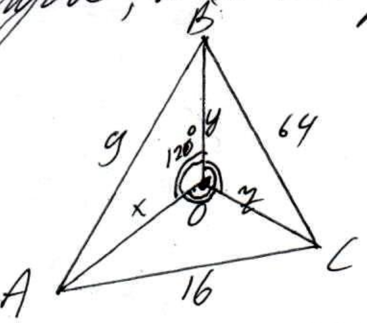
ШИФР 4 4 3 8 8

№6

$$\begin{cases} x^2+xy+y^2=9 \\ x^2+xz+z^2=16 \\ y^2+yz+z^2=64 \end{cases}$$

т.к. мы ищем положительные решения, то $x\leq 3$; $y\leq 3$; $z\leq 4$

отложим из одной точки вектора длины x; y; z под углами в ~~друг~~ 120° относительно друг друга, как на картинке:



тогда из т. косинусов $x^2+xy+y^2=9$; $x^2+xz+z^2=16$; $y^2+yz+z^2=64$, где $x=AO$; $y=OB$; $z=OC$ и $AB=9$; $BC=64$; $AC=16$

но нет треугольника с такими ~~углами~~ $\Rightarrow$ сторонами.

$\Rightarrow$ нет и такого набора чисел x; y; z $\Rightarrow$ у системы нет решений в положительных числах. V 30

№1

$$x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0$$

если уравнение нет решений, то его можно разложить на многочлены 2-й степени, у которых также нет решений.

$$(x^2+ax+b)(x^2+\cancel{b}cx+d)=0$$

тогда

$$\begin{cases} a+c=-6 \\ b+d+ac=11 \\ ad+bc=-4 \\ bd=9 \end{cases}$$

?

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 3 8 8

~~№1~~

$\cancel{x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0}$

№3

$y=\cos^2 x$

$y'=-2\cos x\sin x=-2\sin 2x$ ✓

$y''=-4\cos 2x$

$y^{(3)}=8\sin 2x$

заметим, что $(\cos(2x))'=-2\sin(2x)$, а $(\sin(2x))'=2\cos(2x)$

тогда $\cancel{y^{(2n)}=-2^{2n}\cos}$

$y^{(4n)}=2^{4n}\cos 2x$; $y^{(4n+1)}=-2^{4n+1}\sin 2x$; $y^{(4n+2)}=-2^{4n+2}\cos 2x$; $y^{(4n+3)}=2^{4n+3}\cos 2x$

заметим, что $2019\underset{4}{\equiv}3 \Rightarrow y^{(2019)}=y^{(4\cdot 504+3)}=2^{2019}\cos 2x$

Ответ: $2^{2019}\cos 2x$?

7

№2

$\left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x\le 14$

$x\le 2$, докажем это

пусть $x>2$ и $a=\frac{x}{2}$

$\left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x=\left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^{2a}+\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^{2a}=\left(7-4\sqrt{3}\right)^a+\left(7+4\sqrt{3}\right)^a>$

$>(7-4\sqrt{3})+(7+4\sqrt{3})=14$ т.к. $a>1$

Ответ: ? ...

2