ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 43502

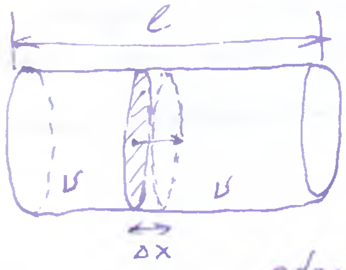
Класс 11 Вариант 2 Дата Олимпиады 03.02.2019

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	3	5	5	5	3	5	26	Двадцать шесть	[подпись]

№1 m, l, ν, m и T

τ - ?



отклоняем поршень на малое Δx из-за чего (давление) образуется разность давлений, которая заставляет поршень двигаться.

Т.к. температура поддерживается постоянной T мы можем воспользоваться уравнением Бойля-Мариотта:

$$p\frac{l}{2}S = p_б'\left(\frac{l}{2} - \Delta x\right)S$$

1. для камеры где газ сжимается

$$p_б' = \frac{pl}{(l - 2\Delta x)}$$

для другого газа

$$p\frac{l}{2}S = p_м'\left(\frac{l}{2} + \Delta x\right)S$$

$$p_м' = \frac{pl}{l + 2\Delta x}$$

Сила, возникающая при смещении поршня:

$$F = (p_б' - p_м')S =$$

$$= pl\left(\frac{1}{l - 2\Delta x} - \frac{1}{2\Delta x + l}\right)S =$$

$$= \frac{pl\,(2\Delta x + l - l + 2\Delta x)}{l^2 - 4\Delta x^2}S = \frac{pl \cdot 4\Delta x}{l^2 - 4\Delta x^2}S$$

Δx^2 - это вторая степень малости, поэтому этим маленьким значением можно пренебречь

$$\frac{4p\Delta x S}{l} = ma \quad \text{или} \quad \frac{4p\Delta x S}{l} = m\ddot{x}$$

$$p\frac{l}{2}S = \nu RT$$

$$S = \frac{2\nu RT}{pl}$$

$$\frac{4p}{l} \cdot \frac{2\nu RT}{pl}\Delta x = m\ddot{x}$$

это уравнение аналогично уравнению гармон. колеб. пружинного. $kx = m\ddot{x}$

$$w^2 = \frac{8\nu RT}{ml^2}$$

Ответ

$$\pi l\sqrt{\frac{m}{2\nu RT}} = T = \pi l\sqrt{\frac{m}{2\nu RT}}$$

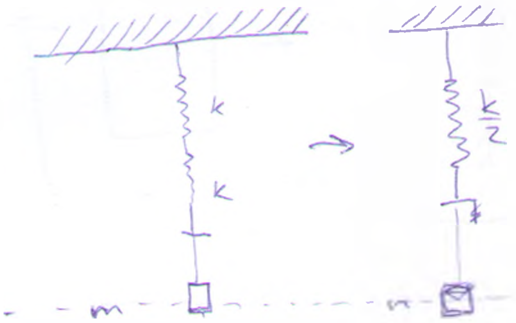
ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 43502

№5

Две пружины с жесткостью k.
Можем заменить на одну с жесткостью $\frac{k}{2}$



положение равновесия

$\frac{k}{2}x_0 = mg \Rightarrow x_0 = \frac{2mg}{k}$

отклоняем груз на X вниз и найдем V, которая будет при прохождении точки равновесия

по ЗСЭ

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{k}{2}(x+x_0)^2 - mg(x+x_0) = -mgx_0 + \frac{kx_0^2}{4} + \frac{mv^2}{2}$$

$$\frac{k}{4}(x^2+2xx_0+x_0^2-x_0^2) - mgx = \frac{mv^2}{2}$$

$$\frac{k}{4}(x^2+2xx_0) = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{2m}(x^2+2xx_0)}$$

или когда пружина примет недеформ. форму $v = 0$

$\frac{k}{4}(x+x_0)^2 - mg(x+x_0) = 0$

$\frac{k}{4}(x+x_0) = mg$

$x + \frac{2mg}{k} = \frac{4mg}{k}$ это не гаран, что нить не будет провисать во время движения

$x = \frac{2mg}{k}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$

$m\ddot{x} = \frac{k}{2}x$

Для груза [условие не провисания] пружина движется со скоростью V груза

$v_{ц}\tau + \ell - v_{груза}\tau = \ell \Rightarrow v_{груз} = v_{пруж}$

$V - (g - k(x_0 - v_0\tau))\Delta t = u$

$(g - kx_0)dt + kx\,dt = dV$ берем интеграл.

$(g-kx_0)t + \int_0^{x_0}\int_0^{t} kx\,dt = \int_0^{V} dV$ $t = \frac{1}{4}T$

$(g-kx_0)t + kx_0 t = V$ $t = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{2m}{k}}$

$$g\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{2m}{k}} = \sqrt{\frac{k}{2m}(x^2+2xx_0)}$$

$$\left(\frac{m\pi g}{k}\right)^2 = x^2 + 2x\frac{2mg}{k}$$

$$x^2 + x\left(\frac{4mg}{k}\right) - \left(\frac{m\pi g}{k}\right)^2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{4mg}{k} \pm \sqrt{\frac{16m^2g^2}{k^2} + \frac{4m^2\pi^2g^2}{k^2}}}{2}$$

$$x = \left(\sqrt{4+\pi} - 2\right)\frac{mg}{k} =$$

$\boxed{x \approx 0{,}67\frac{mg}{k}}$ Ответ:

3

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

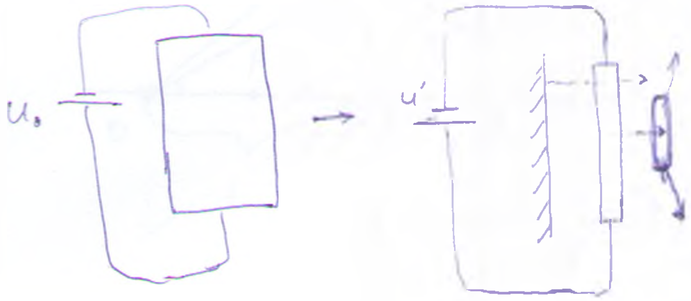
$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 43502

№3

$u'-?$

$Q = P\tau$, где $P = \frac{U^2}{R}$



1) $\frac{U_0^2}{2R}\tau = N\tau$

N - мощность потерь, т.к. T - на термометре постоянной тепло нагрев уходит кому-то другому

2) Из-за плоского зеркала тепло отражается и новое $P = \frac{U^2}{R}$

$\frac{U^2}{R} = N = \frac{U_0^2}{2R} \rightarrow \frac{U^2}{U_0^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ $\boxed{U = \frac{U_0\sqrt{2}}{2}}$ Ответ

+

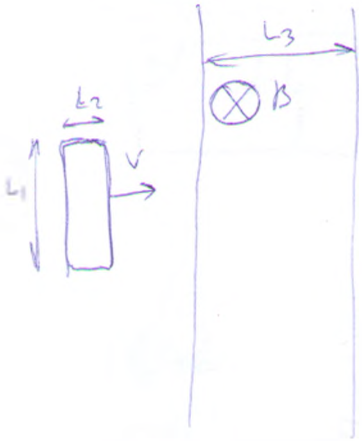
5

N - та же, т.к. T на термометре постоянен.

№6.

R, V, B, L_1 и L_2

$Q - ?$



При вхождении в ~~индукционное~~ поле, появляется $\mathcal{E}_i = \frac{BS}{\Delta t} = BvL_1$

Тогда P на рамке будет $P = \frac{\mathcal{E}_i^2}{R}$

~~время~~

1 → время действия во время вхождения $\tau_{вх} = \frac{L_2}{V}$, а при выходе аналогично $\tau_{вых} = \frac{L_2}{V}$ [$\mathcal{E}_i$ при этом будет такой же]

тогда $T_0 = \tau_{вх} + \tau_{вых} = 2\frac{L_2}{V}$

тогда $Q = P\cdot T_0 = \frac{B^2V^2L_1^2}{R}\cdot\frac{2L_2}{V} =$

$\boxed{Q = \frac{2B^2L_1^2L_2V}{R} = 2{,}5 \text{ мДж}}$ Ответ

+

5

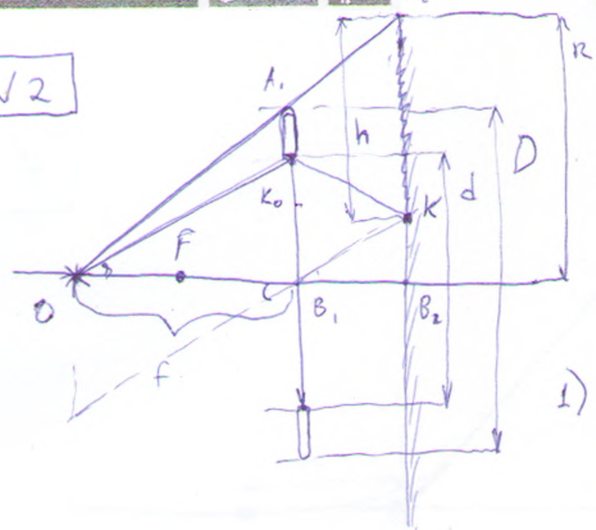
рамка не заряжена, поэтому на неё не действует сила Ампера

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 43502

№2



D, d, F, f

$D' - ?$

R - ?, по подобию треугольников.

1) $\triangle OA_1B_1$ и $\triangle OA_2B_2$ (по 2 углам)

$$\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{OB_2}{OB_1} = \frac{F+f}{F} \Rightarrow R = A_2B_2 = \frac{D}{2}\left(\cancel{1} + \frac{f}{F}\right)$$

луч OA_1 не преломляется, т.к. там нет линзы.

2) KB_2 - ?

$\triangle OK_0B_1$ и $\triangle B_1KB_2$

(подобны по 2 уг.)

Когда строим прохождение луча OK_0 [нам по правилу построения хода луча OK надо было провести вспомогат. линию, параллельную лучу OK_0, через центр $\Rightarrow \angle K_0OB_1 = \angle KB_1B_2$] →

3) $$\frac{KB_2}{K_0B_1} = \frac{F}{f} \Rightarrow KB_2 = \frac{F}{f}\cdot\frac{d}{2}$$

тогда ширина тени

$$h = \frac{D}{2}\left(1 + \frac{f}{F}\right) - \frac{Fd}{2f} = \frac{D}{2} + \frac{Df}{2F} - \frac{Fd}{2f}$$

а диаметр наименьшой тени $D' = 2KB_2 = d\frac{F}{f}$

D' будет стремиться к очень маленькому значению, если f источник света будет расположен очень далеко

1) и 2) верно для любого расположения источника

$$\boxed{D' = d\frac{F}{f}}$$

если мы хотим найти min h., то для этого возьмем производную по f

$$\frac{(Df^2 - F^2d)'\,2Ff - (2Ff)'(Df^2 - F^2d)}{4F^2f^2} = \frac{2F(f^2D - F^2d)}{4F^2f^2} = 0$$

$$f^2D = F^2d \rightarrow f = F\sqrt{\frac{d}{D}}$$

$$h_{min} = \frac{D}{2}$$

Ответ:

min $D' = \frac{dF}{f}$

$h_{min} = \frac{D}{2}$

+ 5

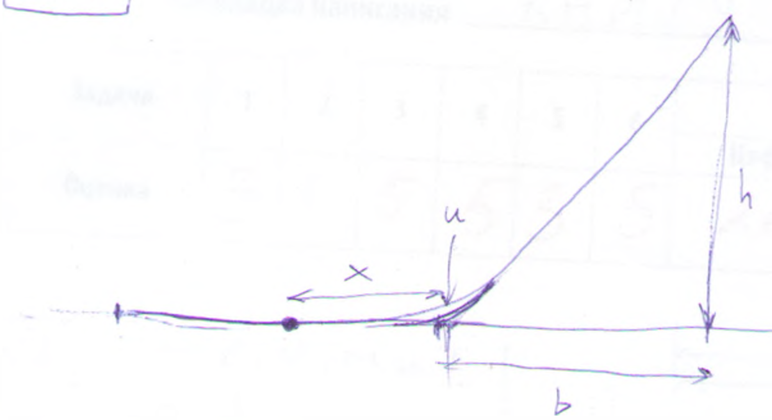
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$

ШИФР 43502

№4



h, b, μ и P

m - ?

$F_{тр}$ на гор. участке $= mg\mu$.

$A = mg\mu x$ производ. от A будет P

$P = mg\mu V$

выразим V через P (1)

$V = \frac{P}{mg\mu}$

Запишем ЗСЭ

$mgh = \frac{mv^2}{2} + mg\mu x$ (2)

т.к. горка гладка и в конце можно найти без кинем.

$mgh = \frac{mP^2}{2m^2g^2\mu^2} + mg\mu x$ (1)'

для конечного сл.

$mgh = 2mg\mu x$ (2)'

$x = \frac{h}{2\mu}$

из (1)' и (2)' (3)

$mgh = \frac{P^2}{2mg^2\mu^2} + \frac{mgh}{2}$

$\frac{mgh}{2} = \frac{P^2}{2mg^2\mu^2} \Rightarrow \boxed{m = \frac{P}{g\mu}\sqrt{\frac{1}{gh}} = \frac{P\sqrt{gh}}{g^2\mu h}}$

Ответ!

+

5