



ШИФР 4 1 4 2 9

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 9.02.2019

Площадка написания МГТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	0	10	15	20	0	0					45	сорок пять	

2. Заметим, что $7-4\sqrt{3} = 4+3-4\sqrt{3} = (2-\sqrt{3})^2$, Аналогично: $7+4\sqrt{3} = 4+3+4\sqrt{3} = (2+\sqrt{3})^2$. $2 > \sqrt{3}$
 \Rightarrow Неравенство принимает вид: $(2-\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x \leq 14$.

4. Пусть x - ~~каж~~ ка-во бетонщиков, ~~зр~~ ка-во Тарае ка-во плотников - $3x$, а каменщиков - $3nx$, где $3 \leq n \leq 20$.
 Ка-во людей в отряде складывается из этих величин, но т.к. выполняющие разные профессии действительно в общ. профессии, то их ка-во нужно один раз вычитать из общей суммы. То есть: $36 = x + 3x + 3nx - y$, где y - ка-во выполняющих разные профессии.
 По условию: $y = 3x + 3 \Rightarrow 36 = x + 3x + 3nx - 3x - 3; 39 = x(3n + 1)$
 $\Rightarrow 13 \cdot 3 = x(3n + 1)$ т.к. $x, n \in \mathbb{N}$, то $3n + 1 \mid 39$.
 $\Rightarrow x = 3; 3n + 1 = 13$, т.е. $n = 4$ - условие выполняется.
 Искомое количество людей, выполняющих разные профессии - не что иное, как $(36 - y)$. $36 - y = 36 - 3 \cdot 3 - 3 = 24$.
 Ответ: 24 человека. \checkmark (20)

2. Заметим, что при $x = 2$ перво преобразует в $14 \leq 14$.

3. $y = \cos^2 x, y' = -\sin x \cos x - \sin x \cos x = -\sin 2x$. Составим таблицу (производных $y^{(n)}$):

n	$y^{(n)}$
1	$-\sin 2x$
2	$-2\cos 2x$
3	$4\sin 2x$
4	$8\cos 2x$

 Видно, что $y^{(5)}$ по знаку и амплитуде совпадает с $y^{(1)}$.
 что и $y^{(x)}$ \Rightarrow цикл закончен.
 Костяк: через \sin/\cos $K_{(n)} = 2^{n-1} \Rightarrow$ т.к. $2019 = 2016 + 3$,
 то $y^{(2019)}$ аналогично $y^{(3)}$, т.е. $4\sin 2x$ и т.д. и т.п.

№3 (продолжение)

то есть:

$$y^{(2019)} = K_{(2019)} \cdot (\sin 2x) = 2^{2018} \sin 2x.$$

Ответ: $2^{2018} \sin 2x$. (15)

№1. Поскольку ур-е является проверенным, все его корни должны быть рациональными q ($q; x_n$). Для того чтобы убедиться, что целые не порождают, а р-ые из-за коэффициентов к целому значению $\{z \in \mathbb{Z}\}$ не приводят. \Rightarrow корней нет, з.т.р. доказано!

№2. При $x=2$ нер-во принимает вид: $14 \leq 14 \Rightarrow x=2$ крайняя точка.
 $\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{4+3-4\sqrt{3}} = |2-\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3}$. Аналогично $\sqrt{7+4\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}$.

\Rightarrow у нер-во принимает вид:

Заметим: $(2-\sqrt{3})^{-n} = \left(\frac{1}{2-\sqrt{3}}\right)^n = \sqrt{3}(2+\sqrt{3})^n$, $\Rightarrow (2-\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x \leq 14$.

или пусть $\alpha = 2+\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{\alpha} = 2-\sqrt{3}$, $\Rightarrow (2+\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^{-x} \leq 14$.

$\alpha^x + \alpha^{-x} \leq 14$, $\alpha^x + \alpha^{-x} \leq \alpha^2 + \alpha^{-2}$; $\alpha > 1$.

$\Rightarrow |x| \leq 2$. Ответ: $[-2; 2]$. v (10)

№6. (1; 1; 1)? φ