

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

4 0 3 6 5

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МГТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
	Цифрой	Прописью											
Оценка	4	10	15	20	∅	∅					49	сорок девять	

$$\text{№6. } \begin{cases} X^2 + XY + Y^2 = 9 & | \cdot (X-Y) \\ X^2 + XZ + Z^2 = 16 & | \cdot (X-Z) \\ Y^2 + YZ + Z^2 = 64 & | \cdot (Y-Z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X^3 - Y^3 = 9(X-Y) & (1) \\ X^3 - Z^3 = 16(X-Z) & (2) \\ Y^3 - Z^3 = 64(Y-Z) & (3) \end{cases}$$

$$(2) - (3) : X^3 - Y^3 = 16(X-Z) - 64(Y-Z)$$

$$X^3 - Y^3 = 16(X-Z - 4Y + 4Z)$$

$$(1) + (3) : X^3 - Z^3 = 9(X-Y) + 64(Y-Z)$$

$$X^3 - Z^3 = 9X - 9Y + 64Y - 64Z$$

$$(2) - (1) : Y^3 - Z^3 = 16(X-Z) - 9(X-Y)$$

$$Y^3 - Z^3 = 16X - 16Z - 9X + 9Y$$

$$\begin{cases} 16(X - 4Y + 3Z) = 9(X-Y) \\ 9X + 55Y - 64Z = 16(X-Z) \\ 16X - 16Z - 9X + 9Y = 64(Y-Z) \end{cases}$$

ШИФР

4 | 0 | 3 | 6 | 5

$$\begin{cases} 16x - 64y + 48z = 9x - 9y \\ 9x + 55y - 64z = 16x - 16z \\ 78x + 9y - 16z = 64y - 64z \end{cases}$$

 \emptyset

$$\begin{cases} 7x - 55y + 48z = 0 \\ -7x + 55y - 48z = 0 \\ 7y - 55y + 48z = 0 \end{cases}$$

$$w3. \quad y = \cos^2 x$$

$$y' = -2 \cdot \cos x \cdot \sin x = -\sin 2x$$

$$y'' = -2 \cdot \cos 2x$$

$$y''' = 4 \cdot \sin 2x$$

$$y'''' = 8 \cdot \cos 2x$$

Origen:

$$y(2019) = 2^{2018} \cdot \sin 2x \quad \checkmark$$

-

+

(15)

$$w2. (\sqrt{7-4\sqrt{3}})^x + (\sqrt{7+4\sqrt{3}})^x \leq 14$$

$$7-4\sqrt{3} = (2-\sqrt{3})^2 \quad 7+4\sqrt{3} = (2+\sqrt{3})^2$$

$$(\sqrt{(2-\sqrt{3})^2})^x + (\sqrt{(2+\sqrt{3})^2})^x \leq 14$$

$$(2-\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x \leq 14$$

$$(2-\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x \leq 14$$

$$(2-\sqrt{3})^x = \frac{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})^x} = \frac{1}{(2+\sqrt{3})^x}$$



**ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ.**

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

4	0	3	6	5
---	---	---	---	---

$$(2 + \sqrt{3})^x + \frac{1}{(2 + \sqrt{3})^x} \leq 14$$

$$\begin{cases} t = (2 + \sqrt{3})^x \\ t > 0 \\ t + \frac{1}{t} \leq 14 \quad (1) \end{cases}$$

$$(1) \quad t + \frac{1}{t} \leq 14$$

$$\frac{t^2 - 14t + 1}{t} \leq 0$$

$$\frac{(t - 7 - 4\sqrt{3})(t - 7 + 4\sqrt{3})}{t} \leq 0$$

$$\begin{cases} t = (2 + \sqrt{3})^x \\ t > 0 \\ t \in [7 - 4\sqrt{3}; 7 + 4\sqrt{3}] \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2 + \sqrt{3})^x > 7 - 4\sqrt{3} \\ (2 + \sqrt{3})^x \leq 7 + 4\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{(2 - \sqrt{3})^x} \geq (2 - \sqrt{3})^2 \\ (2 + \sqrt{3})^x \leq (2 + \sqrt{3})^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2 - \sqrt{3})^{-x} \geq (2 - \sqrt{3})^2 \\ (2 + \sqrt{3})^x \leq (2 + \sqrt{3})^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

Ответ: $x \in [-2; 2]$

10



**ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ**

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

4	0	3	6	5
---	---	---	---	---

№ 4. Пусть, k - число кашельщиков, b - бетомщиков, p -протяжек, kp - кашельщиков и протяжек, bp - бетомщиков и протяжек, kb - кашельщиков и бетомщиков.

из условия задачи

$$P = 36$$

$$P = \frac{k}{n}$$

$$k + b + p - kb - kp - bp = 36$$

$$kb + kp + bp = p + 3$$

$$3 \leq n \leq 20$$

$$k + b + p - p - 3 = 36$$

$$k + b = 39$$

$$np + \frac{p}{3} = 39$$

$$p\left(\frac{3n+1}{3}\right) = 39$$

$$p = \frac{39-3}{3n+1} \in \mathbb{N}$$

$$n = 4$$

$$\begin{cases} P = 9 \\ b = 3 \\ k = 36 \end{cases}$$

$$kb + kp + bp = 9 + 3 = 12$$

Основой прогрессии: $36 - 12 = 24$

Было: 24 ✓

(20)

ШИФР

4	0	3	6	5
---	---	---	---	---

$$N1 \quad x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = 0$$

$$y = x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = 0$$

$$y' = 4x^3 - 18x^2 + 22x - 4$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 18x^2 + 22x - 4 \\ - 4x^3 - 8x^2 \\ \hline - 10x^2 + 22x \\ - 10x^2 + 20x \\ \hline - 2x - 4 \\ - 2x - 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$y' = (x-2)(4x^2 - 10x + 2)$$

$$y' = 2(x-2) \left(x - \frac{5+\sqrt{17}}{4} \right) \left(x - \frac{5-\sqrt{17}}{4} \right)$$

$$\begin{array}{ccccccc} & - & \bullet & + & \bullet & - & \bullet & + \\ \hline & \frac{5-\sqrt{17}}{4} & & 2 & & \frac{5+\sqrt{17}}{4} & \\ & & & & & & \end{array}$$

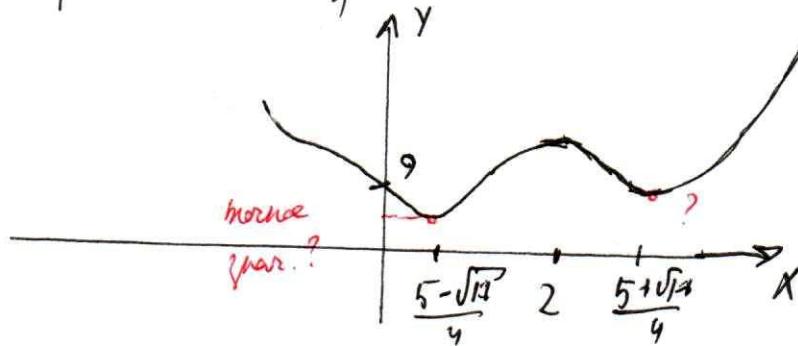
Несогласное значение $y\left(\frac{5-\sqrt{17}}{4}\right)$ $0 < \frac{5-\sqrt{17}}{4} < \frac{1}{4}$

При локальных архиментах значения ф-ции > 0

Аналогично значение ф-ции при $x = \frac{5+\sqrt{17}}{4} > 0$

На основании производной и значений ф-ции в точках

$\frac{5-\sqrt{17}}{4}$ и $\frac{5+\sqrt{17}}{4}$ можно построить модель графика.



т.к. график ф-ции не пересекает ось ОХ, уравнение корней не имеет.

(4)