ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 122887

Класс 11 **Вариант** 8 **Дата Олимпиады** 11.02.2016

Площадка написания Горный университет

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	5	5	5	8	10	10	15	10	0	73	семьдесят три	

1. $(x^2-2x+2)(x^2-2x-2)=5$

$t = x^2-2x$

$(t+2)(t-2)=5$

$t^2-4=5$

$t^2=9$

$t=\pm 3$

$\left[\begin{array}{l} x^2-2x=3 \\ x^2-2x=-3 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x^2-2x-3=0 \\ x^2-2x+3=0 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$

Отв: 3; -1

3. $\dfrac{-x^3+2x^2+x-1}{2-x} < x^2$

$\Leftrightarrow \dfrac{-x^3+2x^2+x-1-2x^2+x^3}{2-x} < 0$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 12288

$$\left[\begin{array}{l}\left(\frac{x-y}{2}\right)=\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\\ \left(\frac{x-y}{2}\right)=2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}x-y=\pi+4\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\\ x-y=4\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x-y=\pi+4\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\\ x+y=\frac{2\pi}{3}\end{cases}\\ \begin{cases}x-y=4\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\\ x+y=\frac{2\pi}{3}\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\\ y=-\frac{\pi}{6}-2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\end{cases}\\ \begin{cases}x=\frac{\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\\ y=\frac{\pi}{3}-2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\end{cases}\end{array}\right.$$

Ответ: $\left(\frac{\pi}{3}+2\pi k;\ \frac{\pi}{3}-2\pi k\right)$;

$\left(\frac{5\pi}{6}+2\pi k;\ -\frac{\pi}{6}-2\pi k\right)$

$k\in\mathbb{Z}$

10 $\sqrt[3]{40+\sqrt{1773}}+\sqrt[3]{40-\sqrt{1773}}=\frac{80}{\sqrt[3]{(40+\sqrt{1773})^2}-\sqrt[3]{(40-\sqrt{1773})^2}}$

$=\frac{80}{\sqrt[3]{3473+80\sqrt{1773}}-\sqrt[3]{3473-80\sqrt{1773}}}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 12288

$$\frac{x-1}{2-x} < 0$$

$-$ 1 $+$ 2 $-$

Отв: ~~x∈~~ $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$

4 $\lg(3x-1) = \frac{1}{2}(\lg(x+13)+\lg(x+1))$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 3x-1>0 \\ x+13>0 \\ x+1>0 \end{cases}$$

$x \in (\frac{1}{3};+\infty)$

$2\lg(3x-1) = \frac{1}{2}(\lg((x+13)(x+1)))$

$10^{\lg(3x-1)\cdot 2} = (x+13)(x+1)$

$(3x-1)^2 = (x+13)(x+1)$

$9x^2-6x+1 = x^2+14x+13$

$8x^2-20x-12=0$ ~~D=80~~

~~$3x^2$~~ $2x^2-5x-3=0$ D=49

$x = \frac{5\pm7}{4}$

$x = 3; -\frac{1}{2}$

Отв $\{3\}$

5 $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-8x+14}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+2} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-8x+14}$

$2x+2 < 2x^2-8x+14$

$2x^2-10x+12>0$

$x^2-5x+6>0$

$(x+2)(x+3)>0$

$+$ -3 $-$ -2 $+$

Отв: $(-\infty;-3)\cup(-2;+\infty)$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 12288

6. Пусть A типа x штук, B типа y штук

Тогда

$$\begin{cases} 2x + 3y = 146 \\ 4x + 5y = 258 \end{cases}$$

$y = 292 - 258$

$y = 34$

$$\begin{cases} y = 34 \\ x = \frac{146 - 34 \cdot 3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 34 \\ x = \cancel{47}\ 22 \end{cases}$$

Ответ: A типа: 22 штуки

B типа: 34 штуки

2 $\sqrt{3x-3} = \cancel{4\sqrt{3}}\ 4 + \sqrt{x-3}$

ОДЗ писать не буду потом просто подставлю получ корни

$3x - \cancel{3} = 16 + x - \cancel{3} + 8\sqrt{x-3}$

$2x - 16 = 8\sqrt{x-3}$

$x - 8 = 4\sqrt{x-3}$

$x^2 - 16x + 64 = 16x - 48$

$x^2 - 32x + 112 = 0$

Т. Виета

$\left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = 28 \end{array}\right.$ – не явл решением исходного

Ответ: $x = 28$

$\Rightarrow \quad S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

$S_n = 36$ $\quad 36 = \frac{n \cdot 9}{2}$

$a_1 = 4$

$a_n = 5$ $\quad n = \frac{36 \cdot 2}{9}$

$n = 8$

Отв: 8

8 Пусть сторона ромба - a

$S_{ромба} = a^2 \sin 30^\circ$

$S_{ромба} = 2ar$

$2ar = a^2 \sin 30^\circ$

$r = \frac{a \sin 30^\circ}{2}$

r для квадр. равно половине длины диаг квадрата

~~$S_{квадрата} = a^2 \sin^2 30^\circ \cdot \sin 30^\circ$~~

в - сторона кв.

$\sqrt{2}\, в = a \sin 30^\circ$

$в = \frac{a \sin 30^\circ}{\sqrt{2}}$

$S_{квадр} = \frac{a^2 \sin^2 30}{2}$

$\frac{S_{ромб}}{S_{квадр}} = \frac{2\cancel{a^2} \cancel{\sin 30^\circ}}{\cancel{a^2} \cancel{\sin^2 30^\circ}} = \frac{2}{\sin 30^\circ} = 4$

Ответ: 4

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 12288

9 $\begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x + y = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\sin\frac{x+y}{2} + \cos\frac{x+y}{2}\right)\left(\sin\left(\frac{x-y}{2}\right) + \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)\right) = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x+y = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$

$\sin\left(\frac{x-y}{2}\right) + \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) = 1$

$\sin\left(\frac{x-y}{2}\right) = m$

$\cos\left(\frac{x-y}{2}\right) = n$

$\begin{cases} m = 1 - n \\ m^2 + n^2 = 1 \end{cases}$ (окр. син и кос)

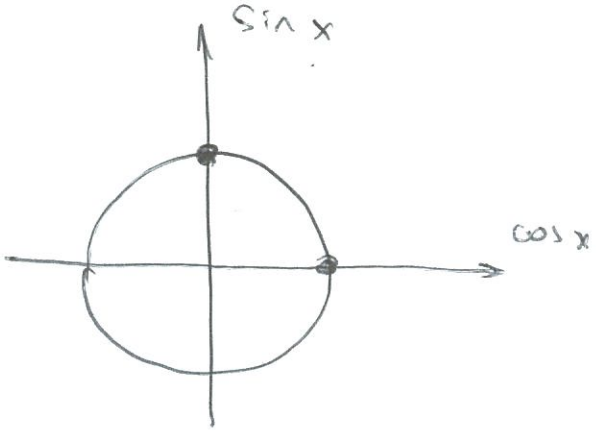
$(1-n)^2 + n^2 = 1$

$2n^2 - 2n = 0$

$2n(n-1) = 0$

$\left[\begin{array}{l} n = 0 \\ n = 1 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} n = 0 \\ m = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} n = 1 \\ m = 0 \end{cases} \end{array}\right.$

$\begin{cases} \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) = 0 \\ \sin\left(\frac{x-y}{2}\right) = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) = 1 \\ \sin\left(\frac{x-y}{2}\right) = 0 \end{cases}$