ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 1 0 5

Класс 11 **Вариант** 12 **Дата Олимпиады** 09.02.2019

Площадка написания МГТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	9	15	20	∅	∅					49	сорок девять	

№1.

$$x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = 0$$

$$(x^2 - 3x)^2 + 2x^2 - 4x + 9 = 0$$

Рассмотрим уравнение:

$2x^2 - 4x + 9 = 0$

$D = 16 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 16 - 72 = -56$

$D < 0$

$\Rightarrow$ уравнение не имеет ~~корней~~ решений,

т.е. $2x^2 - 4x + 9 > 0$.

Т.к. сумма неотрицательного числа $((x^2-3x)^2 \geq 0)$ и положительного числа $(2x^2 - 4x + 9 > 0)$ всегда положительна, то данное уравнение не имеет решений.

V

№2

$$\left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x \leq 14$$

Т.к. число $\sqrt{7+4\sqrt{3}} > 0$, а положительное число в $\forall$ степени положительно, то можно домножить левую и правые части неравенства на $\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x$, не меняя знак неравенства:

$$\left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^x \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x \cdot \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x \leq 14\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x$$

$$\left(\sqrt{(49-16\cdot 3)}\right)^x + \left(\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x\right)^2 \leq 14\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x$$

т.к. $\sqrt{1} = 1$ и $1^n = 1$,

$$\begin{cases} 1 + t^2 - 14t \leq 0 \\ t = \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x \\ t > 0 \end{cases}$$

$D = 192 \Rightarrow t = \frac{14 \pm \sqrt{192}}{2} = 7 \pm 4\sqrt{3} \Rightarrow$

$t \in [7-4\sqrt{3}; 7+4\sqrt{3}]$

$t = \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x$

$\Rightarrow \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x \in [7-4\sqrt{3}; 7+4\sqrt{3}]$

$x \in [2\log_{7+4\sqrt{3}} 7-4\sqrt{3}; 2]$

№2 ...

т.к. $\log_{7+4\sqrt{3}} 7-4\sqrt{3} < 1$ т.к. $7-4\sqrt{3} < 7+4\sqrt{3}$

Ответ: $[2\log_{7+4\sqrt{3}} 7-4\sqrt{3};\ 2]$

?

9

№3

$y = \cos^2 x.$

Возьмем производную первого порядка:

$y'(x) = (\cos^2 x)' = 2\cos x \cdot (-\sin x) = -2\cos x \sin x = -\sin 2x.$

Возьмем производную второго порядка:

$y''(x) = (-\sin 2x)' = -1 \cdot (\sin 2x)' = -1 \cdot \cos 2x \cdot 2 = -2\cos 2x$

Возьмем производные 3-его и 4-ого порядков, соответственно:

$y'''(x) = -2(\cos 2x)' = 4\sin 2x$

$y''''(x) = 4(\sin 2x)' = 8\cos 2x$

Тогда производная 5-ого порядка равна:

$y'''''(x) = 8(\cos 2x)' = -16\sin 2x$

Заметим, что, при взятии производной порядка „n", получаем числовой множитель перед ф-цией, равный 2^{n-1}.

Так же заметим, что каждые четыре порядка тригонометрическая функция и знак перед ней повторяются.

Тогда, т.к. остаток от деления числа 2019 на 4 равен 3, то производная 2019-~~ого~~ ого порядка равна:

$y_{тр.}(x) = 2^{2018} \cdot \sin 2x$

Ответ: $2^{2018} \cdot \sin 2x$ V

15

Таблица:

n	ф-ия	Пр-ая ф-ии
1	$\cos^2 x$	$-\sin 2x$
2	$-\sin 2x$	$-2\cos 2x$
3	$-2\cos 2x$	$4\sin 2x$
4	$4\sin 2x$	$8\cos 2x$
5	$8\cos 2x$	$-16\sin 2x$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 7 | 1 | 0 | 5 |

№4

Обозначим П - кол-во плотников

К - кол-во каменщиков

Б - кол-во бетонщиков

КБ, ПБ и ПК - тех, что владеет 2^мя профессиями

Тогда для П, К, Б, КБ, ПБ, ПК $\in Z$ и больших 0:

$$\begin{cases} x = 36 - (КБ+ПБ+ПК) \\ П+Б+К - КБ - ПБ - ПК = 36 \\ К = n\cdot П \\ П = 3Б \\ n \in [3;20] \\ 3+П = КБ + ПБ + ПК \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36-3-П \\ П + \frac{1}{3}П + nП - 3 - П = 36 \\ К = n\cdot П \\ П = 3Б \\ n \in [3;20] \\ 3+П = КБ + ПБ + ПК \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 33 - П \\ П = \frac{39\cdot 3}{1+3n} \\ К = n\cdot П \\ 3Б = П \\ n \in [3;20] \\ 3+П = КБ + ПБ + ПК \end{cases}$$

При полном переборе n, $n \in [3;20]$ очевидным становится, что $n = 4$

Тогда:

$$П = \frac{39\cdot 3}{13} = 9 \Rightarrow x = 33 - 9 = 24$$

Ответ: 24 ✓ 20

№5