ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 3 6 4 2

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МГТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	3	5	15	20	0	30					73	семьдесят три	

① $x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0$

$y=0$ и $y=x^4-6x^3+11x^2-4x+9$

$y'=4x^3-18x^2+22x-4=2(2x^3-9x^2+11x-2)=2(x-2)(2x^2-5x+1)=2(x-2)(x-\frac{5+\sqrt{17}}{4})(x-\frac{5-\sqrt{17}}{4})$

$-\quad +\quad -\quad +$

$\searrow \frac{5-\sqrt{17}}{4} \nearrow \frac{5+\sqrt{17}}{4} \searrow 2 \nearrow x$

min min

$x_{min}=\frac{5-\sqrt{17}}{4}$; $x_{min}=2$.

Возьмём $x_{min}=2$ и подставим в $y=x^4-6x^3+11x^2-4x+9$: , $X_{min}=\frac{5-\sqrt{17}}{4}$ - ?

$y_{min}=16-48+44-8+9=13$

③

Заметим, что пересечений с осью $y=0$ не происходит → уравнение не имеет решений ?

② $(\sqrt{7-4\sqrt3})^x+(\sqrt{7+4\sqrt3})^x\le 14$

$7+4\sqrt3=3+4\sqrt3+4=(\sqrt3+2)^2$ $7-4\sqrt3=4-4\sqrt3+3=(2-\sqrt3)^2$

$(\sqrt{(2-\sqrt3)^2})^x+(\sqrt{(2+\sqrt3)^2})^x\le 14$

$(2-\sqrt3)^x+(2+\sqrt3)^x\le 14$

Заметим, что $14=7+4\sqrt3+7-4\sqrt3=(\sqrt{7-4\sqrt3})^2+(\sqrt{7+4\sqrt3})^2 \to x_{max}=2$.

? Очевидно, что $(2-\sqrt3)^x+(2+\sqrt3)^x<14$ при любом $x<2$, тогда решением неравенства является $x\le2$.

Ответ: $x\le2$.

$-2\le$

⑤

③ $y=\cos^2 x=\frac{1}{2}+\frac{\cos 2x}{2}$

$y'=-\frac{\sin 2x\cdot 2}{2}=-\sin 2x$ I: $-2^{n-1}\sin 2x$

$y''=-2\cos 2x$ II: $-2^{n-1}\cos 2x$

$y'''=4\sin 2x$ III: $2^{n-1}\sin 2x$

$y''''=8\cos 2x$ IV: $2^{n-1}\cos 2x$

$y'''''=-16\sin 2x$ $\frac{2019}{4}=504\frac{3}{4}$

Тогда искомое будет равняться: $2^{2019-1}\sin 2x=2^{2018}\sin 2x$.

Ответ: $2^{2018}\sin 2x$. V

15

④ x - количество бетонщиков; $3x$ - количество плотников; $3nx$ - количество каменщиков.
l - количество бойцов, владеющих двумя профессиями, тогда:

$x+3x+3nx-l=36$; $l=3x+3$.

$x+3x+3nx-3x-3=36$

$x+3nx=39$

$x(3n+1)=39$

$x=\frac{39}{3n+1}$ Делители числа 39: 1; 39; 3; 13.

1) $3n+1\neq 1$, т.к. $n\geq 3$

2) $3n+1\neq 3$, т.к. $n\geq 3$.

3) $3n+1=39$

$n=\frac{38}{3}$ - не удовлетворяет условию ($n\in Z$)

4) $3n+1=13$

$3n=12$

$n=4$. V

Тогда $x=3$.

20

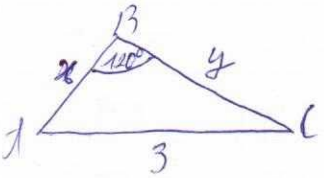
$l=3x+3=9+3=12$.

$36-12=24$.

Ответ: 24. V

⑥ $\begin{cases} x^2+xy+y^2=9 \\ x^2+xz+z^2=16 \\ y^2+yz+z^2=64 \end{cases}$

Для первого уравнения: По теореме косинусов:



$x^2+xy+y^2=x^2+y^2-2xy\cos\alpha$

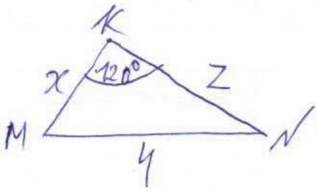
$xy=-2xy\cos\alpha$

$\cos\alpha=-\frac{1}{2}$

$\alpha=120°$

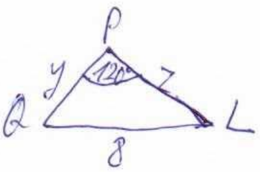
$\angle ABC$ - наибольший $\Rightarrow$ AC - наибольшая сторона $\Rightarrow$ $x<3$; $y<3$; $x+y>3$.

Для второго уравнения: По теореме косинусов:



$\angle MKN$ - наибольший $\Rightarrow$ MN - наибольшая сторона $\Rightarrow$ $x<4$; $z<4$; $x+z>4$.

Для третьего уравнения: По теореме косинусов:



$\angle QPL$ - наибольший $\Rightarrow$ QL - наибольшая сторона $\Rightarrow$ $y<8$; $z<8$; $y+z>8$.

Получаем, что: $x<3$; $y<3$; $z<4$.

$y+z<7$, но из третьего уравнения следует, что $y+z>8$.

Получаем, что система не выполняется. $\Rightarrow$ решений нет.

Ответ: нет решений. V

30