ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 5 1 5

Класс 11 „А“ Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	–	10	10	–	4	30					54	пятьдесят четыре балла	

№1.

$\cancel{x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0}$

$\cancel{x^2(x+12)-}$

№2.

$(4-\sqrt{15})^x+(4+\sqrt{15})^x\le 62$

$(4-\sqrt{15})^x(4+\sqrt{15})^x=(4^2-(\sqrt{15})^2)^x=(16-15)^x=1^x=1 \Rightarrow (4+\sqrt{15})^x=\frac{1}{(4-\sqrt{15})^x}$

Пусть $(4-\sqrt{15})^x=a$, тогда $\cancel{\frac{1}{(4-\sqrt{15})^x}}\Rightarrow (4+\sqrt{15})^x=\frac{1}{a}$, $a>0$, т.к. $(4-\sqrt{15})>0$

$a+\frac{1}{a}\le 62$

$\frac{a^2-62a+1}{a}\le 0$

$a^2-62a+1=0$

$D=3844-4=3840=(16\sqrt{15})^2$

$a_{1,2}=\frac{62\pm16\sqrt{15}}{2}=31\pm8\sqrt{15}$

$a_3=0$

$-\ 0\ +\ 31-8\sqrt{15}\ -\ 31+8\sqrt{15}\ +\ \to a$

+

$\begin{cases} a\ge 31-8\sqrt{15} \\ a\le 31+8\sqrt{15}\end{cases}$

Обратная подстановка:

$\begin{cases}(4-\sqrt{15})^x\ge 16-8\sqrt{15}+15 \\ (4-\sqrt{15})^x\le 16+8\sqrt{15}+15\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(4-\sqrt{15})^x\ge(4-\sqrt{15})^2 \\ (4-\sqrt{15})^x\ge(4+\sqrt{15})^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(4-\sqrt{15})^x\ge(4-\sqrt{15})^2 \\ (4-\sqrt{15})^x\le\frac{1}{(4-\sqrt{15})^2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(4-\sqrt{15})^x\ge(4-\sqrt{15})^2 \\ (4-\sqrt{15})^x\le(4-\sqrt{15})^{-2}\end{cases}$

$4-\sqrt{15}<1 \Rightarrow$ знак неравенства меняется

$\begin{cases}x\le 2 \\ x\ge -2\end{cases}$

10

Ответ: $x\in[-2;2]$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 5 1 5

№3.

$y = \sin^2 x = \sin x \cdot \sin x$

$y' = (\sin x)' \sin x + \sin x \cdot (\sin x)' = -2\sin x \cos x = + \sin 2x$ ✓

$y'' = 2\cos 2x$

$y''' = -2^2 \sin 2x$

$y'''' = -2^3 \cos 2x$

Т.к. производная от синуса/косинуса имеет период, равный 4, каждая четвертая производная будет равна $-\cos 2x$, умноженным на коэффициент, равный 2 в степени „порядок производной минус один".

$2020 : 4 \Rightarrow y^{(2020)} = -2^{2019} \cos 2x \Rightarrow y^{(2019)} = 2^{2018} \sin 2x$

10

Ответ: $y^{(2019)} = 2^{2018} \sin 2x$

№6.

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x^2 + xz + z^2 = 9 \\ y^2 + yz + z^2 = 36 \end{cases}$$

1) Вычтем первое уравнение из третьего:

$y^2 + yz + z^2 - x^2 - xy - y^2 = 32$

$(z - x)(z + x) + y(z - x) = 32$

$(z - x)(x + y + z) = 32$

2) Вычтем второе уравнение из третьего:

$y^2 + yz + z^2 - x^2 - xz - z^2 = 25$

$(y - x)(y + x) + z(y - x) = 25$

$(y - x)(x + y + z) = 25$

3) Вычтем первое уравнение из второго:

$x^2 + xz + z^2 - x^2 - xy - y^2 = 5$

$(z + y)(z - y) + x(z - y) = 5$

$(z - y)(x + y + z) = 5$

4) Из 2) и 3) $\Rightarrow y - x = 5(z - y) = 5z - 5y$

$x = 6y - 5z$ +

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ. ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 5 1 5

5) $(z-6y+5z)(x+y+z)=32$

$(6z-6y)(x+y+z)=32$

$(z-y)(x+y+z)=5\frac{1}{3}$

Из 3) и 5) => $\begin{cases}(z-y)(x+y+z)=5\\(z-y)(x+y+z)=5\frac{1}{3}\end{cases}$; $5\neq 5\frac{1}{3}$ => у данной системы нет решений

Ответ: нет корней.

30

№5.

1) Т.к. наименьший периметр при одинаковых площадях имеет тот прямоугольник, который является квадратом, примем, что $CBKE$ - квадрат (т.к. периметр $EKBC$ = периметру $ABCEFGHM$ = ~~AM~~ ($CA = MH + GF$, $KF = GH + AM$)

2) Из 1) => ~~$GH = 15$~~ => $S_{MHGN} = 225$

Зная, что $S_{общ} = 1600$, составим и решим уравнение: пусть $AB = EF = x$

~~25x+~~ $(25+x)^2 = 1600 - 275$

$(25+x)^2 = 1325$

$x + 25 = 5\sqrt{55} =$ ~~AB~~ BK => периметр $= 5\sqrt{55}\cdot 4 = 20\sqrt{55}$

$x = 5\sqrt{55} - 25 = AB$

Ответ: $BK = KE = 5\sqrt{55}$, длина забора $= 20\sqrt{55}$

4