ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 2 7 1 5

Класс 11 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 09.02.19

Площадка написания МГТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	9	15	20	—	4					53	пятьдесят три балла	[illegible]

№4

32 чел. → К (кам.), П (плот.), Б (бетон.)

К: $2xn$ (чел.), П: $2x$ (чел.), Б: x (чел.)

32 чел. → 2 проф.: $(2x+2)$ чел.; 1 проф: $(30-2x)$ чел.

$$K+П+Б-2проф=32$$
$$2xn+2x+x-2x-2=32$$
$$x(2n+1)=34$$
$$x=\frac{34}{2n+1}$$

т.к. x (число бетонщиков) — целое число, то $(2n+1)$ является делителем 34.
Возможные значения $(2n+1)$: 1; 2; 17; 34

Учитывая, что $n\in[3;20]$, $n\in\mathbb{Z}$, значение n $\left[\begin{array}{l}2n+1=17\\2n+1=34\end{array}\right.\Rightarrow$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}n=8\\n=16{,}5\notin\mathbb{Z}\end{array}\right.$ — не явл. решением. Тогда $n=8$, $x=\frac{34}{17}=2$, откуда получаем кол-во людей, имеющих 2 профессии: $2x+2=6$. Тогда кол-во человек, имеющих 1 профессию $32-6=26$

Ответ: 26 человек владеют одной профессией.

20

ГАЗПРОМ **ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 2 7 1 5

$\boxed{№2}$ $(4-\sqrt{15})^x+(4+\sqrt{15})^x\le 62$

Замена(1): $(4-\sqrt{15})=a$. Тогда $(4+\sqrt{15})=\frac{1}{a}$

// $(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})=16-15=1 \Rightarrow 4+\sqrt{15}=\frac{1}{4-\sqrt{15}}$ //

$a^x+\frac{1}{a^x}\le 62 \quad |\cdot a^x>0$

$a^{2x}-62a^x+1\le 0$

Замена (2): $a^x=b$, $b>0$

$b^2-62b+1\le 0$

Рассмотрим ф-ию $y(b)=b^2-62b+1$. Найдем нули ф-ии:

$b^2-62b+1=0 \to \frac{D}{4}=31^2-1=960 \to$ $b=31\pm 8\sqrt{15}$, причем оба корня положительны

$(b-31-8\sqrt{15})(b+8\sqrt{15}-31)\le 0$

+.

Обратная замена(2):

$(a^x-31-8\sqrt{15})(a^x-31+8\sqrt{15})\le 0$

Обратная замена (1):

$((4-\sqrt{15})^x-(31+8\sqrt{15}))((4-\sqrt{15})^x-(31-8\sqrt{15}))\le 0$

$((4-\sqrt{15})^x-(4-\sqrt{15})^{\log_{4-\sqrt{15}}(31+8\sqrt{15})})((4-\sqrt{15})^x-(4-\sqrt{15})^{\log_{4-\sqrt{15}}(31-8\sqrt{15})})\le 0$

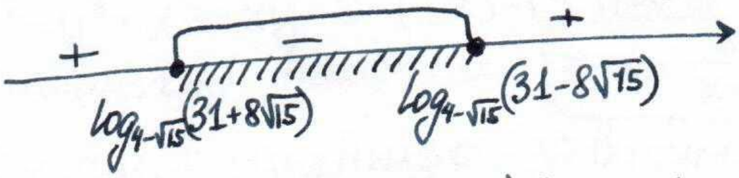
$3<\sqrt{15}<4 \to 0<4-\sqrt{15}<1$. Основание степенной ф-ии меньше единицы $\to$ для каждой скобки смена знака.

$(x-\log_{4-\sqrt{15}}(31+8\sqrt{15}))(x-\log_{4-\sqrt{15}}(31-8\sqrt{15}))\le 0$

Основание логарифма меньше единицы $\to$

$\log_{4-\sqrt{15}}(31+8\sqrt{15})<\log_{4-\sqrt{15}}(31-8\sqrt{15})$.

Используя метод интервалов:



9

Ответ: $[\log_{4-\sqrt{15}}(31+8\sqrt{15}); \log_{4-\sqrt{15}}(31-8\sqrt{15})]$

?!! ?!!

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 2 7 1 5

$\boxed{№1}$ $x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0$

$x^4-4x^3+4x^2+6x^2-24x+24+2x^2=0$

$x^2(x^2-4x+4)+6(x^2-4x+4)+2x^2=0$

$(x^2+6)(x-2)^2+2x^2=0$

5

$\begin{cases}(x^2+6)(x-2)^2=0\\2x^2=0\end{cases} \Longrightarrow \begin{cases}x=2\\x=0\end{cases} \Longrightarrow x\in\{\varnothing\}$, решений нет, ч.т.д.

// $x^2+6>0$ при $\forall x$, т.к. сумма квадрата числа (неотрицателен) и положительного числа всегда положительна) //

$\boxed{№3}$ $y=\sin^2 x$ $\quad y'=2\sin x\cdot\cos x$ $\quad y'=\sin 2x$

Рассмотрим ф-цию $f(x)=\sin 2x$ и найдем 2018 производную.

$f(x)=\sin 2x$ [0]

$f'(x)=2\cos 2x$ [1]

$f''(x)=-4\sin 2x$ [2]

$f'''(x)=-8\cos 2x$ [3]

$f''''(x)=16\sin 2x$ [4]

Ф-ция вернулась на ~~пятый~~ 4ый раз. Тогда определим, какая функция (тригоном.) будет 2018-ой: $2018\equiv_4 2$. Тогда получаем $(-\sin 2x)$.

Коэффициент при ней будет равен 2^{2018}.

Тогда $(f(x)^{(2018)})=-2^{2018}\sin 2x \rightarrow (y^{(2019)})=-2^{2018}\sin 2x$

15

Ответ: $(y^{(2019)})=-2^{2018}\sin 2x$

$\boxed{№6}$ $\begin{cases}x^2+xy+y^2=4 \ [1] \cdot(x-y)\neq 0\\x^2+xz+z^2=9 \ [2] \cdot(x-z)\neq 0\\y^2+yz+z^2=36 \ [3] \cdot(y-z)\neq 0\end{cases} \Longrightarrow \begin{cases}x^3-y^3=4(x-y) & (1)\\x^3-z^3=9(x-z) & (2)\\y^3-z^3=36(y-z) & (3)\end{cases}$

~~(1)+(3): $x^3-z^3=4x-4y+36y-36z \Rightarrow x^3-z^3=32y+4x-36z$ (4)~~

~~(2)−(4): $9x-9z=32y+4x-36z \Rightarrow 32y+27z-5x=0$~~

$z^2-y^2+xz-xy=5$ $\quad ([2]-[1]) \Rightarrow (z-y)(z+y)+x(z-y)=5 \rightarrow \boxed{z-y=\frac{5}{x+y+z}}$

Аналогично получаем $\boxed{z-x=\frac{32}{x+y+z}}$; $\boxed{y-x=\frac{27}{x+y+z}}$

Получаем линейную зависимость x, y и z:

~~$\frac{z+y}{z+x}=\frac{5}{32} \Rightarrow 32z-32y=5z-5y$~~ $\quad \frac{z-y}{z-x}=\frac{5}{32} \Longrightarrow 32z-32y=5z-5x \Longrightarrow$

$\Rightarrow 27z+5x=32y$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 2 7 1 5

$$x = \frac{32y - 27z}{5} \quad (*)$$

Решим отн. x: $x^2 + xy + y^2 - 4 = 0$

$$D = y^2 - 4y^2 + \cancel{36}\,16 = 16 - 3y^2 \rightarrow x = \frac{-y \pm \sqrt{16 - 3y^2}}{2}$$

$(**)$ $x = \dfrac{\sqrt{16-3y^2} - y}{2}$ (учитывая, что $y>0$ и $x>0$, подходит только этот корень)

$(*)$ и $(**)$ $5\sqrt{16-3y^2} - 5y = 64y - 54z \Longrightarrow 69y - 54z = 5\sqrt{16-3y^2} \Longrightarrow$

$$\Longrightarrow z = \frac{69y - 5\sqrt{16-3y^2}}{54} \quad (***)$$

Решим отн. z:

$$z^2 + yz + y^2 - 36 = 0$$

$$D = 144 - 3y^2 \Longrightarrow z = \frac{\sqrt{144-3y^2} - y}{2} \quad (****)$$

$(***)$ и $(****)$ $\sqrt{144-3y^2} - y = \dfrac{69y - 5\sqrt{16-3y^2}}{27} \Longrightarrow 27\sqrt{144-3y^2} - 27y =$

$$= 69y - 5\sqrt{16-3y^2} \Longrightarrow 27\sqrt{144-3y^2} + 5\sqrt{16-3y^2} = 96y$$

итог – ?

4