

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

4 0 5 2 0

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МТЧ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	15	20	0	16	 				66	шестьдесят шесть баллов	150/180

№1

$$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$$

$$(x^2 + 6)^2 - 12 - 4x(x^2 + 6) = 0$$

$$(x^2 + 6)(x^2 - 4x + 6) = 12$$

$$\begin{cases} x^2 + 6 \geq 6 \\ x^2 - 4x + 6 \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \text{Уравнение выполняется только при}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6 = 6 \\ x^2 - 4x + 6 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{Уравнение не имеет решений}$$

№2

$$(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x \leq 62$$

$$(4 - \sqrt{15})(4 + \sqrt{15}) = 16 - 15 = 1 \Rightarrow \text{числа являются обратными}$$

$$(4 - \sqrt{15})^x + (4 - \sqrt{15})^{-x} \leq 62$$

$$(4 - \sqrt{15})^x = t, t > 0$$

$$\begin{cases} t^2 - 62t + 1 \leq 0 \\ t > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{(t - 31 - 8\sqrt{2})(t - 31 + 8\sqrt{2})}{t} \leq 0$$

$$\begin{cases} (4 - \sqrt{15})^x \geq 31 - 8\sqrt{2} \\ (4 - \sqrt{15})^x \leq 31 + 8\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (4 - \sqrt{15})^x \geq (4 - \sqrt{15})^2 \\ (4 + \sqrt{15})^{-x} \leq (4 + \sqrt{15})^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq -2 \end{cases}$$

Ответ: $[-2; 2]$

№3

$$y(x) = \sin^2 x$$

$$y'(x) = 2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x$$

$$y''(x) = 2 \cos 2x$$

$$y'''(x) = -4 \sin 2x$$

$$y^{(4)}(x) = -8 \cos 2x$$

$$y^{(5)}(x) = 16 \sin 2x$$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 0 5 2 0

№3 (продолжение)
 $y^{(2019)}(x) = 32 \cos 2x$
 $y^{(2018)}(x) = -64 \sin 2x$ $y^{(2017)}(x) = -128 \cos 2x$ ($k \in \mathbb{N}$)

Такие образом все производные порядка $2+3k$ имеют вид $2^{2+3k} \cos 2x$ или

Такие образом все производные порядка $(y^{(5+4k)})$ имеют вид $2^{(4+4k)} \sin 2x$ ($k \in \mathbb{N}$), все производные порядка $(y^{(7+4k)})$ имеют вид $-(2)^{6+4k} \sin 2x$ ($k \in \mathbb{Z}$)

$2019 = 4 + 4 \cdot 503$
 $(y^{(2019)}) = -2^{2018} \cdot \sin 2x$

Ответ: $-2^{2018} \sin 2x$

(15)

№4 Пусть бетонщиков x чел., то плотников $2x$ чел. бетонщиков - $(2n+1)$ чел. Тогда людей, выполняющих работу прогрессивно $2x+2$

$2x+2$
 $2x+2 + x - 2x - 2 = 32$

$2x+2 = 34$

$(2n+1)x = 34 = 2 \cdot 17$

т.к. $x \in \mathbb{Z}$, то $2n+1 = 17$ $x = 2$ $n = 8 \in [3; 20]$

$2x+2 = 6$

$30 - 2x = 26$ - бойцов вступает одной прогрессией

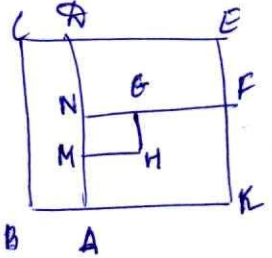
Ответ: 26 бойцов

(20)

№5
 $1600 = 2^4 \cdot 10^2$

Длина ограждения минимальна при $1600 = 40 \cdot 40$?

$P = 2 \cdot (40+40) = 160$ м, при этом $BK = EK = 40$ м



$BK = AB + MH + GF \Rightarrow AB = 5$ м

$EK = AM + GH + EF$ $20 = GH + EF$

Пусть $GH = 10$ м $EF = 10$ м

Ответ: 160 м; 40 м; 40 м; 10 м

(0)

площадь $BCEK$ $\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 40$ $\frac{1}{2}$ периметр-ра, равен...

№6

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 & | \cdot (x-y) \\ x^2 + xz + z^2 = 9 & | \cdot (x-z) \\ y^2 + yz + z^2 = 36 & | \cdot (y-z) \end{cases}$$

$(ab)c = a(bc)$

$E = mc^2$

$\frac{v}{c} < 1$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

4 0 5 2 0

№6 (предложение)

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 4(x - y) \\ x^3 - z^3 = 9(x - z) \\ y^3 - z^3 = 36(y - z) \\ 5x - 32y + 27z = 0 \\ 4x - 4y = 9x - 36y + 27z \\ y^3 - z^3 = 36y - 36z \\ 5x - 32y + 27z = 0 \\ 5x - 3y + 27z = 0 \end{cases}$$

8* Ответ: \emptyset

$$\begin{cases} x^3 - z^3 = 4x + 32y - 36z \\ x^3 - z^3 = 9x - 9z \\ y^3 - z^3 = 36y - 36z \\ 5x - 32y + 27z = 6 \\ 5x - 3y + 27z = 0 \\ y^3 - z^3 = 36y - 36z \end{cases}$$

Прим $y > 0$ - \emptyset

почему? Нет решения!

16