

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 9.02.19

Площадка написания МГТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись	
											Цифрой	Прописью		
Оценка	5	10	10	20	-	0	 					45	сорок пять Самоев	В.С.С.

Задача 1

$$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$$

$$x^2(x^2 - 4x + 4x^2) + 8x^2 - 24x + 24 = 0$$

$$(x^2 - 2x)^2 + 8x^2 - 24x + 24 = 0$$

$y = 0$ Рассмотрим функцию $y = 8x^2 - 24x + 24 = 0$

$$8x^2 - 24x + 24 = 0 \quad | : 8$$

$$x^2 - 3x + 3 = 0$$

$$D = 9 - 12 = -3 < 0$$

Поскольку $D < 0$ y всегда > 0 при $x \in \mathbb{R}$.

Выражение $(x^2 - 2x)$ возведено в квадрат, это значит, что число неотрицательно или равно 0. При сложении двух неотрицательных величин или нуля с положительной величиной, результат всегда будет больше нуля.

Задача 2

$$(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x \leq 62$$

Сравним 4 и $4 - \sqrt{15}$ с нулем

$$4 - \sqrt{15} < 0$$

$$4 < \sqrt{15}$$

$$\sqrt{16} < \sqrt{15}$$

$$4 > \sqrt{15}$$

$$4 - \sqrt{15} > 0$$

Следовательно можем умножить на положительную величину.

$$(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x \leq 62 \quad | \cdot (4 - \sqrt{15})^x$$

$$((4 - \sqrt{15}) \cdot (4 - \sqrt{15}))^x + ((4 + \sqrt{15})(4 - \sqrt{15}))^x \leq 62(4 - \sqrt{15})^x$$

$$(4 - \sqrt{15})^{2x} + (16 - 15)^x \leq 62(4 - \sqrt{15})^x$$

$$(4 - \sqrt{15})^{2x} + 1 \leq 62(4 - \sqrt{15})^x$$

$$(4 - \sqrt{15})^x = t$$

$$t > 0$$

$$t^2 - 62t + 1 \leq 0$$

(a·b)c = a(bc)

E = mc²



Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР

4 0 4 2 3

Продолжиме:2.

t² - 62t + 1 ≤ 0

Введем функцию

f(x) = t² - 62t + 1, найдем нули функции

f(x) = 0

t² - 62t + 1 = 0

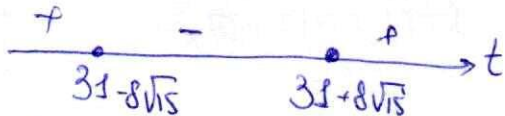
D = 3844 - 4 = 3880

t₁ = (62 + 16√15) / 2 = 31 + 8√15

t₂ = (62 - 16√15) / 2 = 31 - 8√15

31 - 8√15 > 0
31 > 8√15
31 - 8√15 > 0

X ≤ 2
X ≥ -2



t ∈ [31 - 8√15; 31 + 8√15]

(4 - √15)^x ≥ (31 - 8√15)

(4 - √15)^x ≥ (16 - 8√15 + 15)

(4 - √15)^x ≥ (4 - √15)²

x ≥ 2, x ≤ 2, x ≥ -2

Ответ: x ∈ [2; 2] ∪ x ∈ [-2; -2] ∪ x ∈ [2; 2]

Ответ: x ∈ [-2; 2]

Задача №3

y = sin²x

1) y'(y sin²x)' = 2sinx · cosx = sin2x

2) (sin2x)' = 2cos2x

3) (2cos2x)' = -4sin2x

4) (-4sin2x)' = -8cos2x

5) (-8cos2x)' = 16sin2x

6) (16sin2x)' = 32cos2x

Мы видим, что производная в степени двойки увеличивается, поэтому увеличится в 2 раза, и после 2-х повторов меньше знак, тогда.

Три произведения 2018-го порядка 2 будет в степени 2018 и знак будет положительным, т.к. 2018 - четное, но из примера видно, что функция будет sin 2²

Ответ: sin 2²

(10)

(10)



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$u = \frac{c}{n}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

4 0 4 2 3

Задача 4.

П - плитки
К - кафель
Б - бетон

ПБ - и плитки и бетон

ПК - и плитки и кафель

БК - и кафель и бетон

$$П + Б + К - КБ - ПК - 17Б = 32$$

$$X = 32 - (КБ + БК + ПК)$$

$$K = nП$$

$$Б = \frac{П}{2}$$

$$n \in [3; 20]$$

$$КБ + БК + ПК = П + 2$$

$$П + \frac{П}{2} + nП - П - 2 = 32$$

$$П \left(\frac{1}{2} + n \right) = 34$$

$$\frac{П}{2} + Пn = 34$$

$$\frac{П + 2Пn}{2} = 34$$

$$П + 2Пn = 68$$

$$П(1 + 2n) = 68$$

П - целое число
N - тоже целое

$$Пn = 8$$

$$П = \frac{68}{17} = 4$$

что 1 + 2n делится на 17
2n = 16
n = 8, П

$$X = 32 - (П + 2) = 32 - (4 + 2) = 26$$

20

Ответ: 26

Задача 6

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x^2 + xz + z^2 = 9 \\ y^2 + yz + z^2 = 36 \end{cases}$$

$$x^2 + xy + y^2 = 4$$

$$D = y^2 - 4y^2 + 16$$

3 решения при D = 0?

$$y^2 - 4y^2 + 16 \geq 0$$

$$y = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$y^2 + yz + z^2 = 36$$

$$D = z^2 - 4z^2 + 36 \cdot 4 = 0$$

$$z = -3z^2 = -36 \cdot 4$$

$$z = \frac{12}{\sqrt{3}}$$

$$x^2 + xz + z^2 = 9$$

$$D = z^2 - 4z^2 + 4 \cdot 9$$

$$-3z^2 = 4 \cdot 9$$

$$z = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$x^2 + xy + y^2 = 4$$

$$D = x^2$$

Ответ: $\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{4}{\sqrt{3}}, \frac{12}{\sqrt{3}}$

$$x^2 + xz + z^2 = 9$$

$$D = x^2 - 4x^2 + 9 \cdot 4 = 0$$

$$-3x^2 = -9 \cdot 4$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

0