

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.19

Площадка написания МГТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	1	15	20	6	—	 	 	 	 	46	сорок шесть Башинев	<i>[Signature]</i>

н1.

$$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + 12x^2 = 24x - 24$$

$$x^2(x^2 - 4x + 12) = 24(x - 1)$$

$$x^2(x^2 - 4x + 12) \geq 0, \text{ т.к. } x^2 \geq 0, x^2 - 4x + 12 > 0$$

$$y_1 = x^2(x^2 - 4x + 12)$$

$$y_1 \geq 0$$

$$y_1 = 0, \text{ когда } x = 0$$

$$\begin{aligned} &\downarrow \\ &(x^2 - 4x + 12 = 0) \\ &\Delta = 4^2 - 4 \cdot 12 = 16 - 48 < 0 \\ &\text{---(---)---} \end{aligned}$$

$$y_2 = 24(x - 1)$$

$$y_2 = 0, \text{ когда } x = 1$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} y_1 & 0 & 9 & 32 & 81 \\ \hline x_1 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} y_2 & -24 & 0 & 24 & 48 \\ \hline x_2 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}$$

y_2 возрастает линейно, медленнее, чем y_1 - функция четвертой степени, в нуле и до нуля нет общих значений, следовательно корней нет.

(4)

ШИФР

3	3	9	8	4
---	---	---	---	---

№2.

$$(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x \leq 62$$

Разобьем на 2 функции:

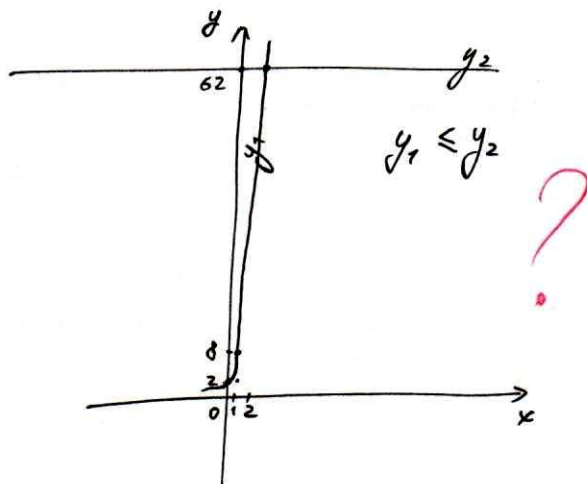
$$y_1 = (4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x$$

$$y_2 = 62$$

$$y_1 \leq y_2 \rightarrow x \in (-\infty; 2]$$

Ответ: ~~$x \in (-\infty; 2]$~~

x	0	1	2
y ₁	2	8	62



1

№3.

$$y = \sin^2 x$$

$$1) y' = 2 \sin x \cos x$$

$$2) y'' = 2(\sin x)' \cos x + \sin x (\cos x)' = 2(\cos^2 x - \sin^2 x) = 2 \cos 2x$$

$$3) y''' = 2 \cdot (-\sin 2x) \cdot 2 = -4 \sin 2x$$

$$4) y^{(4)} = -4 \cdot 2 \cos 2x = -8 \cos 2x = -2^3 \cos 2x$$

$$5) 8 \cdot 2 \sin 2x = 2^4 \sin 2x$$

$$6) 2^5 \cos 2x$$

$$7) -2^6 \sin 2x$$

$$8) -2^7 \cos 2x$$

$$9) 2^8 \sin 2x$$

$$10) 2^9 \cos 2x$$

$$11) -$$

$$12)$$

$$13) +$$

$$14)$$

$$15) -$$

$$16)$$

$$17) +$$

$$18) =$$

$$19) - \rightarrow 2019) -$$

$$2019) - 2^{2018} \sin 2x$$

Ответ: $-2^{2018} \sin 2x$

15

№4.

3 2 балла:

1 прогрессия	2 прогрессия
$30 - 2x$	$2x + 2$

каленищиков: $2 \times n$, $3 \leq n \leq 20$, $n \in \mathbb{Z}$
 бетонщиков: x
 плотников: $2x$ $x \in \mathbb{N}$

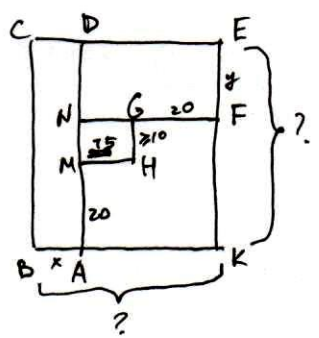
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР

3	3	9	8	4
---	---	---	---	---

Методом перебора находим, что $n = 8, x = 2$, тогда получается, что
 каменщиков - 32
 бетонщиков - 2
 плотников - 4 (это на 2 больше плотников $(4+2=6)$)
 человек с двумя профессиями - 6, это бетонщики и плотники, которые также являются каменщиками.
 Значит, человек с одной профессией $32 - 6 = 26$.
 Ответ: 26. 20

№5.



- $S_{ABCEFGHM} = 1600 \text{ м}^2$
- ① min P_{CEK} - ?
 - ② BK - ?
 - ③ KE - ?
 - ④ GH - ?

$S_{общ.} = S_{ABCD} + S_{FEDN} + S_{MHGN}$

$EF=y, BA=x, S_{ABCD} \geq x(20+10+y)$
 $S_{ABCD} \geq 30x + xy$

$S_{FEDN} = y(20+15) = 35y = 1600$

$P = 2 \cdot (AB + MN + GF + AM + GH + FE) = (x + 15 + 20 + 20 + 10 + y) \cdot 2 = 2x + 2y + 130$

$y(x+35) = 1600 - 30x - 150$
 $y(x+35) = 1450 - 30x$

$y = \frac{1450 - 30x}{x + 35}$

попробуем 200?...
 если $x=15$, то $y = \frac{1450 - 30 \cdot 15}{50} = \frac{1000}{50} = 20$

$P_{min}, BK = EK, GH = 10 + 2$

$15 + 15 + 20 \geq 20 + 10 + 2 + y$

если $x=14, z=15, 70$

$S = 14(20+15+y) + y(20+15) + 225 = 1600$

$14 \cdot 35 + 14y + 35y = 1600 - 225$
 $50y = 1600 - 715$
 $50y = 885$
 $y = \frac{885}{50} = 17,7$

$P = (14 + 15 + 20 + 20 + 15 + 17,7) \cdot 2 = (40 + 30 + 31,7) \cdot 2 = 101,7 \cdot 2 = 203,4$
 $BK = 20 + 15 + 14 = 49$
 $EK = 20 + 15 + 17,7 = 52,7$
 $GH = 15$

Ответ: ~~$P_{min} = 203,4; BK = 49, KE = 52,7; GH = 15$~~