Тема: FW: Апелляция математика
От: Кукаев Александр Сергеевич <askukaev@etu.ru>
Дата: 28.03.2019 11:26
Кому: "abitur@spmi.ru" <abitur@spmi.ru>

От: Игорь Мельников
Отправлено: 28 марта 2019 г., 11:26:13 (UTC+03:00) Москва, Санкт-Петербург, Волгоград
Кому: Олимпиада Газпром
Тема: Апелляция математика

Добрый день, уважаемые члены жюри.

Я бы хотел подать апелляцию по своей работе на отраслевой олимпиаде школьников по математике. Меня зовут Мельников Игорь Александрович. Мой регистрационный номер 44359. Я ученик 11 класса. Город написания - Москва. Я бы хотел проапеллировать задачи 1, 2, 6.

Задача 1:
В первой задаче я доказал, что исходное выражение представимо в виде двух слагаемых, одно из которых неотрицательно, а другое положительно. Из этого напрямую следует, что исходное выражение строго положительно (доказательство чего и является требованием задачи). Я полагаю, что как не требуется переписывать условие, так и не требуется выписывать утверждение, написанное в условие. Прошу поднять за эту задачу 1 балл.

Задача 2:
Во 2ой задаче я представил ответ в виде логорифма. Прошу также заметить, что ответ верен. При этом представление ответа с использованием функции взятия логорифма по некоторому основанию является явным видом. Прошу поднять за эту задачу 2 балла.

Задача 6:
В 6ой задаче я использовал обозначение направленных углов для описания конструкции. Также была нарисована поясняющая картинка. В проверке работы нет явного указания на ошибку в рассуждение, и я не понимаю, что именно вызвало вопросы. Прошу поднять за эту задачу 2 балла.

С уважением, Игорь Мельников.

Все задачи оценены в соответствии с критериями. В результате апелляции балл не изменен. 04.04.2019 Баева
/А.В.Баева/

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 3 5 9

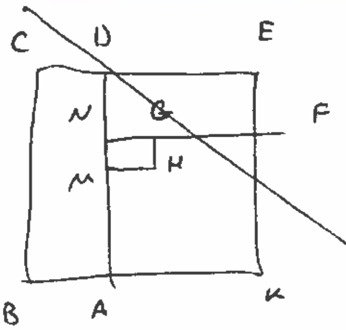
Класс 11 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 09.02.19

Площадка написания МГТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	8	15	20	18	28					93	девяносто ~~три~~ балла	[illegible]

аннулирование (девяносто три) решение

№5



Выпуклая оболочка многоугольника ABCEFGHM — ~~часть~~ ломаная BCEFA значит min ~~длина~~ длина ограждения = длине этой ломаной.

$a := KB$
$x := KA$
$b := KE$
$y := KF$

$S_y := S(ABCEFGHM)$

$S_y = ab - xy + MH \cdot GH =$

$= ab - 20(x+y) - 400 = 1600$

$x + y = \frac{ab}{20} - 100$

$MH = x - 20$
$HG = y - 20$

$$\begin{cases} a \geq x \\ x \geq 20 \\ b \geq y \\ y \geq 30 \end{cases}$$

1. Если $x = y$

тогда $l = 2(a+b) + 100 - \frac{ab}{20} + \sqrt{2\left(\frac{ab}{40} - 50\right)^2} =$

$m := l - 100$, поэтому можно искать min m.

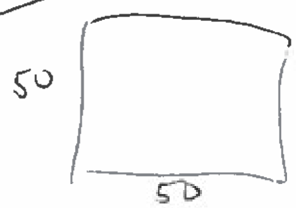
$2(a+b) - \frac{ab}{20} + \sqrt{2}\left(\frac{ab}{40} - 50\right)$

∃ длина ограждения l.

$l = 2a + 2b - (x+y) + \sqrt{x^2 + y^2} =$

$= 2a + 2b + 100 - \frac{ab}{20} + \sqrt{\left(\left(\frac{ab}{20}\right) - 100\right)^2 - 2xy}$

Зафиксируем a, b и будем менять x и y не противореча условию. l должно быть min. $x + y$ — фиксировано, значит xy — тем больше, чем ближе x и y друг другу (чем меньше $|x-y|$). Тогда можно считать, что либо $x = y$, либо выполнено одно из граничных условий на x и y

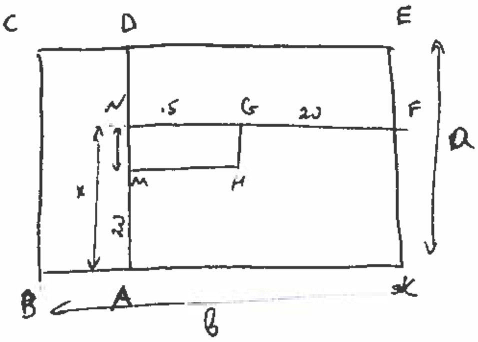


ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 3 5 9

№5



$S_y := S(ABCEFGHM) = 1600$ Длина мин ограды – длина ломаной ABCEFH минимальной ABCEFGHM ≥ длина

~~Длина ограды участка ≥ длина ограды участка ABCEF, причем равенство достигается <=> $GH \cdot \frac{35}{20} \le GH + 20$ <=> H ∈ внутр. △ANF или границе <=> $GH \le \frac{80}{3}$~~, тогда если в ситуации минимума ABCEF, $GH \le \frac{80}{3}$, то это минимум и для нашей задачи.

Будем минимизировать ~~ломаную~~ длину ~~ломаную~~

$a := kE$
$b := BK$
$x := AN$

$S_y = ab + 15(x-20) - 35x = ab - 20x - 300 = 1600$

$x = \frac{ab - 1900}{20}$, причем $x \ge 30$, $a \ge x$, $b \ge 35$

(=) – значит равно с точностью до прибавление константы.

длина ломаной $ABCEF = 2a + 2b - 35 - x + \sqrt{x^2 + 35^2} =$
$= 2(a+b) - \left(\frac{ab-1900}{20}\right) + \sqrt{\left(\frac{ab-1900}{20}\right)^2 + 35^2} - 35 =: t$ $\quad \frac{ab-1900}{20} \ge 30 \Rightarrow ab \ge 2500$

Зафиксируем ab и сделаем $a' = b'$. Заменим ab на $a'b'$: $a' = b'$ и $a'b' = ab$. Тогда $a' = b' \ge \sqrt{2500} \ge 50$

при такой замене t не увеличилось. $a' = b' = \sqrt{ab}$
$a'b' := k$

$t = 4\sqrt{k} - \left(\frac{k-1900}{20}\right) + \sqrt{\left(\frac{k-1900}{20}\right)^2 + 35^2}$

$t' = \frac{2}{\sqrt{k}} - \frac{1}{20} + \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{k-1900}{20}\right)^2 + 35^2}} \left(\frac{k}{200} - \frac{1900k}{40}\right)$

Возможно имелось ввиду, что ограждение лагеря – BCEK, тогда ~~что~~ длина $= 2a + 2b$ при этом $x = \frac{ab-1900}{20}$, min $a+b$ при фикс ab при $a = b$. (метод шпунта)

~~при этом~~ min при ab минимальном, то ~~ab ≥ 2500~~ $ab \ge 2500$ => $2a + 2b \ge 50 \cdot 4 = 200$

[красным:] ~~это периметр равен, где это само!~~

Если $a = b = 50$, $x = 30{,}50$ $\quad 2a + 2b = 50$, $ab + 15(x - 20) - 35x = 1600$ и $GH = 10$.
тогда $\boxed{BK = 50,\ KE = 50,\ GH = 10}$ +

$AH = \sqrt{20^2 + 15^2}$ – фикс. => min надо брать для $2a + 2b - \underset{\text{фикс}}{35} - x + \sqrt{x^2 + 20^2}$ =>

=> min надо брать для $2(a+b) - x + \sqrt{x^2 + 20^2}$ Зафикс $a+b$ и будем менять ab.

$$2(a+b) + \left(\sqrt{\left(\frac{ab-1900}{20}\right)^2 + 20^2} - \left(\frac{ab-1900}{20}\right)\right)$$

$\sqrt{y^2 + 20^2} - y$ ~~~~ тем меньше, чем больше y (разность квадратов ~~квадрат~~ чисел $\sqrt{y^2 + 20^2}$ и y ~~~~ фиксированно ~~одинаково~~) ~~~~

Значит min при $a = b$ (тогда ab – max). ~~~~ $\quad \frac{a^2 - 1900}{20} \ge 30 \Rightarrow a^2 \ge 2500$, $a \ge 50$.

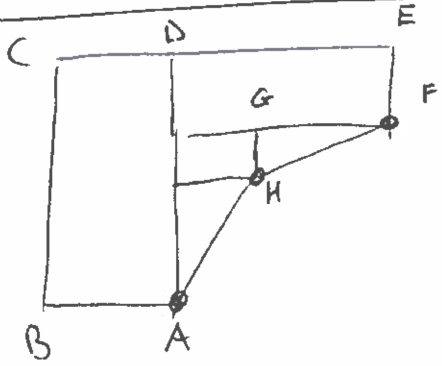
$4a + \sqrt{\left(\frac{a^2 - 1900}{20}\right)^2 + 20^2} - \left(\frac{a^2 - 1900}{20}\right)$

[красным:] $P_{min} = ?..$ 18

№5

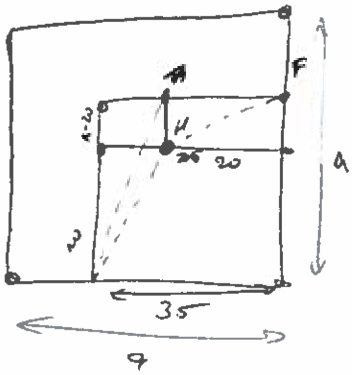
~~min при a не ≥…~~ Тогда $a>x$,

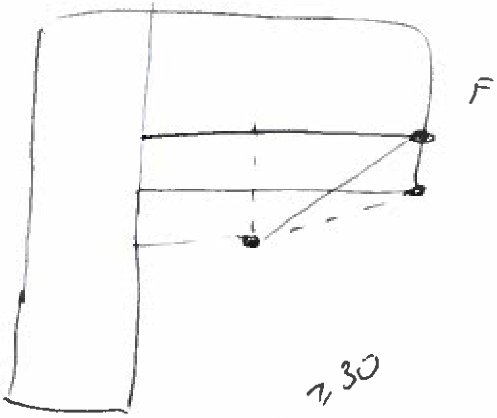
$-\left(\sqrt{\left(\frac{a^2-1900}{20}\right)^2+20} - \left(\frac{a^2-1900}{20}\right)\right)'$ ~~монотонно убывает при a от 50 до~~



предположим $GH > 10$, тогда давайте его ~~ну~~ уменьшим на $\varepsilon = \frac{GH-10}{\ldots}$

если мы увеличиваем a





$t := \frac{a^2-1900}{20} \geq 30$ $\quad g(t)$

$\left(\sqrt{t^2+20^2} - t + 4\sqrt{20t+1900}\right)' =$

$= (2t)\frac{1}{2}(t^2+20^2)^{-\frac{1}{2}} - 1 + 80(20t+1900)^{-\frac{1}{2}} \overset{?}{>} 0$ при $t \geq 30$

~~$()'' = 2(t^2+20^2)^{-\frac{1}{2}} + 2t\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)(t^2+20^2)^{-\frac{3}{2}}\cdot(2t) - 80\left(-\frac{1}{2}\right)(20t+1900)^{-\frac{3}{2}}\cdot 20$~~

$\frac{t}{\sqrt{t^2+20^2}} + \frac{80}{\sqrt{20t+1900}} - 1 \overset{?}{>} 0$ ~~$2t > \ldots t+20 > \sqrt{t^2+20^2}$~~

~~$\frac{80}{\sqrt{20t+1900}} > \frac{-2t+\sqrt{t^2+20^2}}{\sqrt{t^2+20^2}} \leq 0$ при $t \geq 30$, т.к.~~

Значит min при $t=30$, значит $a=b=50$, $GH=10$

$\sqrt{t^2+20^2} - t < 7$, т.к. при $30 < 7$, а дальше убывает

$BK = KE = 50$

$\frac{\sqrt{t^2+20^2} - t}{\sqrt{t^2+20^2}} < \frac{80}{\sqrt{20t+1900}}$

$\sqrt{30^2+20^2}$ $\sqrt{1300} < 37$

$36 <$

$\frac{7}{36} < \frac{80}{50}$

Значит

при этом $\sqrt{t^2+20^2}$ возрастает в большее кол-во раз чем $\sqrt{20t+1900}$ для $t \geq 30$.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 3 5 9

№1

$f(x) := x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = x^2(x^2-4x+4) + 8x^2 - 24x + 24 =$

$= x^2(x-2)^2 + 8(x^2-3x+3)$

Заметим, что $x^2(x-2)^2 \geq 0$, т.к. квадрат $x(x-2)$.

Также $x^2-3x+3 > 0$, т.к. $x^2-3x+3 = (x-\frac{3}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0$, т.к. $(x-\frac{3}{2})^2 \geq 0$ и $\frac{3}{4} > 0$. $\Rightarrow$ вывод-?

4

№2

Заметим, что $(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15}) = 1$

$t := 4+\sqrt{15} \Rightarrow 4-\sqrt{15} = \frac{1}{t}$ Заметим, что $t > 0$ и $t > 1$

$t^x + t^{-x} \leq 62 \Leftrightarrow t^x + \frac{1}{t^x} \leq 62$ $t^{2x} + 1 - 62t^x \leq 0$.

$a := t^x$ $a^2 - 62a + 1 \leq 0$

$a_{1,2}$ - корни уравн $a^2-62a+1=0 \Rightarrow a_{1,2} = \frac{62 \pm \sqrt{62^2-4}}{2} = 31 \pm \sqrt{31^2-1} = 31 \pm \sqrt{960}$

$a_{1,2} > 0 \Rightarrow a \in [a_1; a_2]$ $a^2-62a+1 \leq 0$

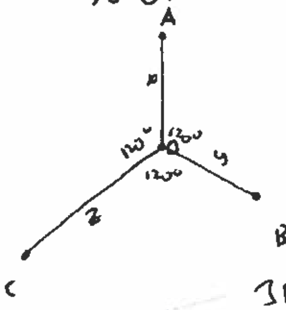
$t^x \in [a_1; a_2]$ $t > 1$

$x \in [\log_t a_1; \log_t a_2]$

Ответ: $x \in [\log_{4+\sqrt{15}}(31-\sqrt{960}); \log_{4+\sqrt{15}}(31+\sqrt{960})]$?

8

№6. ~~3 решения~~



рассмотрим 4 точки на плоскости, такие что $(\widehat{OB, OA}) = 120°$; $(\widehat{OA; OC}) = 120°$ $(\widehat{OC, OB}) = 120°$,

причем $OA = x$, $OB = y$, $OC = z$

$AB = \sqrt{AO^2 + OB^2 - 2AO \cdot BO \cos 120°} = \sqrt{x^2+y^2+xy} = 2$

$BC = \sqrt{y^2+z^2+yz} = 6$

$CA = \sqrt{z^2+yz+z^2} = 3$

3 решение у системы, имеется, тогда ?

$CA + AB > BC$ по нерав $\triangle$, но $3+2 < 6$ (?!) $\Rightarrow$ у системы нет решений.

Ответ: не решений.

28

ГАЗПРОМ **ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 3 5 9

№3

$f := (\sin^2 x)' = 2\sin x \cos x = \sin 2x$

$y^{(2019)} = f^{(2018)}$

Докажем по индукции, что $\left(f^{(2k)}\right) = (-1)^k \, 2^{2k} \sin 2x$ (производная 2k порядка)

База $k=1$:

$(f')' = (2\cos 2x)' = 2(-2\sin 2x) = -2^2 \sin 2x$

Переход: $2k+2 \to 2k$ (доказываем для $2k+2$ в предположении для всех $\le 2k$)

$f^{(2k+2)} = \left(f^{(2k)}\right)^{(2)} = \left((-1)^k 2^{2k} \sin 2x\right)^{(2)} = (-1)^k 2^{2k} (\sin 2x)^{(2)} =$

$= (-1)^k 2^{2k} \left((-1) 2^2 \sin 2x\right) = (-1)^{k+1} 2^{2k+2} \sin 2x.$

Тогда $f^{(2018)} = (-1)^{1009} 2^{2018} \sin 2x = -2^{2018} \sin 2x$

Ответ: $-2^{2018} \sin 2x$.

15

№4

] k, b, p – кол-во бойцов владеющих профессиями каменщик, бетонщик, плотник соответственно.

] ~~m~~ m – кол-во людей владеющих 2умя профессиями

$$\begin{cases} k+b+p-m=32 \\ p=2b \\ np=k \\ m=p+2 \end{cases} \qquad \begin{cases} b=\frac{p}{2} \\ m=p+2 \\ k=np \end{cases} \Rightarrow \quad np+\frac{p}{2}+p-p-2=32$$

$p(n+0{,}5)=34$

$p = \dfrac{68}{2n+1} = \dfrac{4\cdot 17}{2n+1}$

числа 4 и $2n+1$ – взаимнопросты $\Rightarrow$

$\Rightarrow 17 \,\vdots\, 2n+1$ причем $3 \le n \le 20$, 70

17 – простое $\Rightarrow$ 17 $\vdots$ только на 1 и 17

$2n+1 \ne 1 \Rightarrow 2n+1=17 \Rightarrow n=8$

Значит $p=4$

Тогда $b=2$, $m=6$, $k=$ ~~..~~ 32

~~проверить, что эти числа дают решение~~ ~~начальн~~

Сделаем проверку:

$32+2$ ~~+..~~ $+4-6=32$

$4=2\cdot 2$

$8\cdot 4=32$

$6=4+2$

кол-во бойцов, владеющих только 1ой профессией $= 32-m =$
$= 26$

Ответ: 26

20