



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 3 8 3

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МГТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
	Цифрой	Прописью											
Оценка	5 10 15 20 0 30	80 <i>всё сильнее сибирь</i> <i>башкиров</i>	80	всё сильнее сибирь башкиров	80								

№2.

$$(4-\sqrt{15})^x + (4+\sqrt{15})^x \leq 62$$

Заметим, что $(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15}) = 16 - 15 = 1$, тогда

$$4-\sqrt{15} = \frac{1}{4+\sqrt{15}}.$$

$$\left(\frac{1}{4+\sqrt{15}}\right)^x + (4+\sqrt{15})^x \leq 62, \quad (4+\sqrt{15})^x > 0$$

$$\text{Пусть } (4+\sqrt{15})^x = t, \quad t > 0$$

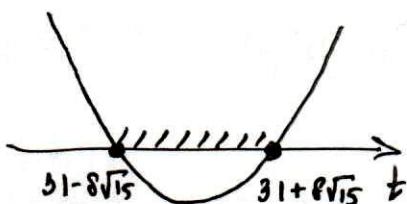
$$\frac{1}{t} + t \leq 62 \quad | \cdot t, \quad t > 0$$

$$1 + t^2 - 62t \leq 0$$

$$t^2 - 62t + 1 = 0$$

$$\Delta = 62^2 - 4 = 60 \cdot 64$$

$$t = \frac{62 \pm 8\sqrt{60}}{2} = 31 \pm 8\sqrt{15}$$



$$0 < 31 - 8\sqrt{15} \leq (4+\sqrt{15})^x \leq 31 + 8\sqrt{15} \quad 31 - 8\sqrt{15} > 0$$

$$\log_{4+\sqrt{15}}(31 - 8\sqrt{15}) \leq x \leq \log_{4+\sqrt{15}}(31 + 8\sqrt{15})$$

$$-2 \leq x \leq 2$$

Ответ: $x \in [-2; 2]$.

10

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

3	5	3	8	3
---	---	---	---	---

N3.

$$y = \sin^2 x$$

$$y' = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

$$y'' = 2 \cos 2x$$

$$y''' = -4 \sin 2x$$

$$y^{(4)} = -8 \cos 2x$$

$$y^{(5)} = 16 \sin 2x$$

:

$$y^{(4k+3)} = -2^{4k+2} \sin 2x, \text{ т.е. } y^{(2019)} = -2^{2018} \sin 2x$$

Ответ: $y^{(2019)} = -2^{2018} \sin 2x.$

(15)

N4

Обозначение:

K - кашевишики;

B - бетонщики;

P - моятники;

X - количество бойцов, выдающих звонки профессии.

$$\begin{cases} P = 2B \\ np = K \end{cases} \quad 3 \leq n \leq 20$$

$$np = K$$

$$X = P + 2, \text{ при этом:}$$

$$\underbrace{P+B+K}_{\text{дважды посчитаны выдающие звонки профессии.}} = 32 + X$$

$$P + B + K$$

$$\underline{P + B + K} = 32 + P + 2 \Leftrightarrow B + K = 34, \text{ тогда:}$$

$$P + 2np = 2(B + K) = 68$$

$$P(\underline{2n+1}) = \underline{68}$$

нечетн чётн

68 можно единственным образом представить в виде произв чётн. и нечетн. чисел:

$$68 = (4 \cdot 17) = \underline{2 \cdot 34}, \text{ т.е. } 2n+1 = 17 \quad n=8, p=4, \text{ тогда } X=6,$$

а выдающих только один профессий: $32 - 6 = \boxed{26}$ Ответ: 26.

(20)

**Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!**

ШИФР 3 5 3 8 3

N I. △

$$x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 24x + 24 = 0$$

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 \in \mathbb{R}[x]$$

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 8x^2 - 24x + 24$$

$$f(x) = x^2(x^2 - 4x + 4) + 8(x^2 - 3x + 3)$$

$$f(x) = x^2(x-2)^2 + 8\left(x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} + \frac{3}{4}\right)$$

$$f(x) = x^2(x-2)^2 + 8\left(\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right)$$

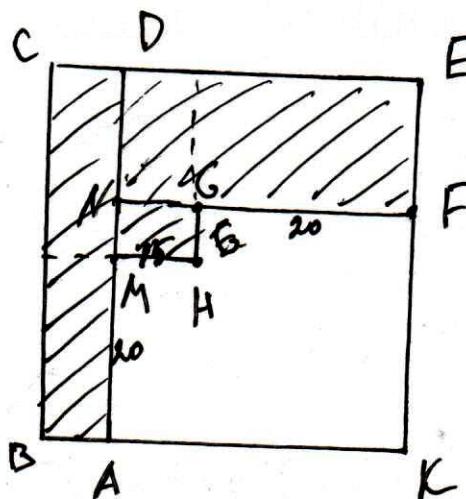
$$f(x) = \underbrace{x^2(x-2)^2}_{\geq 0} + 8\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + 6 > 0$$

4. T. g

⑤

N5

1



$$AM \approx GF = 20$$

$$GH \geq 10$$

$$M_H = 15$$

ПЕРИМЕТР КВСЕ совпадает с периметром лагеря.

○

сн. Задачу № на след. листе.

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

3 | 5 | 3 | 8 | 3

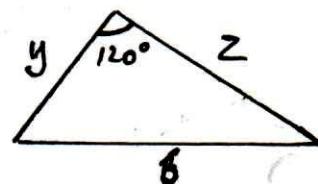
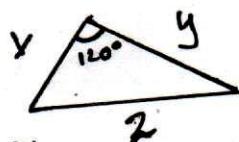
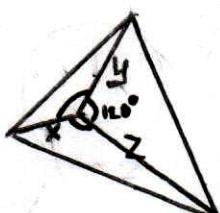
№6

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x^2 + xz + z^2 = 9 \\ y^2 + yz + z^2 = 36 \end{cases}$$

Замечаем, что записанное
уравнение есть теорема косинусов
для трех Δ -ков с углом 120° :

Неск

Если система
имеет решение,
из этих Δ -ков ~~не~~ можно составить
другой Δ -к:



При этом треугольника с сторонами 1, 3, 6
не существует ($1+3 < 6$) \Rightarrow система не
имеет решений

Ответ: \emptyset .

20