ГАЗПРОМ
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 1 7 3

Класс 11 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 09.02.19

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	1	8	15	20	8	0					52	пятьдесят два балла	

Лист 1 из 4

№2 $(4-\sqrt{15})^x+(4+\sqrt{15})^x\leq 62$

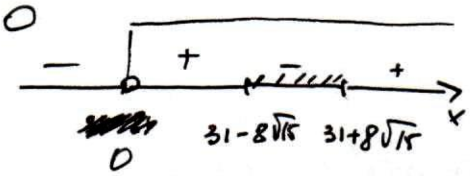
$(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})=16-15=1 \Rightarrow 4-\sqrt{15}=\frac{1}{4+\sqrt{15}}$

$(4+\sqrt{15})^x+\frac{1}{(4+\sqrt{15})^x}\leq 62.$

Замена: $(4+\sqrt{15})^x=t$; $t>0$

$t+\frac{1}{t}-62\leq 0$; $\frac{1}{t}(t^2-62t+1)\leq 0$

$\frac{1}{t}(t-31-8\sqrt{15})(t-31+8\sqrt{15})\leq 0$



$t\in[8(4-\sqrt{15})-1;\ 8(4+\sqrt{15})-1]$

1. $(4+\sqrt{15})^x=8(4-\sqrt{15})-1$; $(4-\sqrt{15})^{-x}=8(4-\sqrt{15})-1$

$x=-\log_{(4-\sqrt{15})}(8(4-\sqrt{15})-1)$

2. $(4+\sqrt{15})^x=8(4+\sqrt{15})-1$, $x=\log_{(4+\sqrt{15})}(8(4+\sqrt{15})-1)$ ✓

Ответ: $x\in\left[-\log_{(4-\sqrt{15})}\underbrace{(8(4-\sqrt{15})-1)}_{?''};\ \log_{(4+\sqrt{15})}\underbrace{(8(4+\sqrt{15})-1)}_{?''}\right]$

⑧

№1. $x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0$ лист 2 из 4

(~~По т Безу~~) многочлен $a_1x^n+a_2x^{n-1}+\ldots+a_nx+C$ имеет

целые!

корни, ~~кратные $\frac{c}{a_1}$~~ ~~за~~ – делители $\frac{c}{a_1}$

=> возможные корни: $\pm1;\pm2;\pm3;\pm4;\pm6;\pm12;\pm24$

1: $1-4+12-24+24\neq0$ -1: $1+4+12+24+24\neq0$

2: $16-32+48-48+24\neq0$;

(при подстановке отрицательных чисел выраж-е всегда >0)

3: $81-4\cdot27+12\cdot9-24\cdot3+24=-27+12\cdot7\neq0$

4: $\cancel{4^4}-\cancel{4^4}+12\cdot16-6\cdot16+24=16\cdot6+24\neq0$

6: $6^4-4\cdot6^3+2\cdot6^3-24\cdot6+24=6^4-2\cdot6^3-4\cdot6^2+24=$

$=6^4-10\cdot6^2+24=6^2\cdot16+24\neq0$

12: $12^4-4\cdot12^3+12^3-2\cdot12^2+24=$

$=12^4-3\cdot12^3-2\cdot12^2+24=9\cdot12^3-2\cdot12^2+24=106\cdot12^2+24\neq0$

24: $24^4-4\cdot24^3+12\cdot24^2-24^2+24=20\cdot24^3+11\cdot24^2+24\neq0$ =>

=> Данное уравнение не имеет решений. ①

№6.

$$\begin{cases}x^2+xy+y^2=4 & (1)\\ x^2+xz+z^2=9 & (2)\\ y^2+yz+z^2=36 & (3)\end{cases}$$

$(x^2+xy+y)(x^2+xz+z^2)=y^2+yz+z^2$

$\sqrt{4+xy}\cdot4=x^3+y^3$

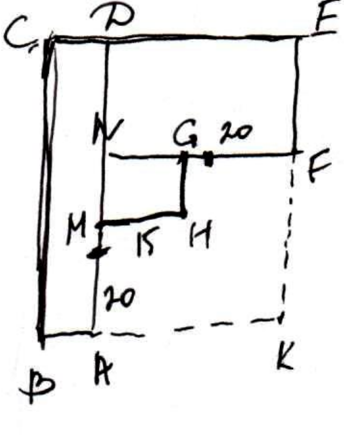
$9\sqrt{9+xz}=x^3+z^3$

$36\cdot\sqrt{36+yz}=y^3+z^3$

$2(x^2+y^2+z^2)+xy+yz+xz=49$

⓪

№5.



Дано:
$S = 1600$ кв.м
$MA = GF = 20$м
$MH = 15$м
$GH \geq 10$м

$P_{наим}$ − ?
BK − ? EK − ?

$P = 2AB + 2MH + 2G\cancel{F} + 2EF + 2GH + 2AM$.
$= 2(AB + 15 + 40 + EF + GH) =$
$= 2(AB + 55 + EF + GH)$

$S = AB(AM + GH + EF) - EF(MH + G\cancel{F}) + MH \cdot GH =$
$= AB(20 + EF + GH) + 35EF + 15GH +$ [illegible] $=$
$= 16000$

$$AB = \frac{16000 - 35EF - 15GH}{20 + EF + GH}$$

$$P = 2\left(\frac{16000 - 35EF - 15GH}{20 + EF + GH} + 20 + EF + GH + 35\right)$$

Замена: $20 + EF + GH = x$

$$2\left(\frac{16000 - 20EF - 15x - 300}{x} + x + 35\right) \text{~~наим~~} = P$$

$$2\left(\frac{16000 - 35x + 20GH - 700}{x} + x + 35\right) \text{~~наим~~} = P$$

$$2\left(\frac{900 + 20GH}{x} + x\right) = P.$$

$$P' = 2\left(-\frac{900 + 20GH}{x^2} + 1\right) = 2\left(\frac{x^2 - (900 + 20GH)}{x^2}\right) =$$

$$= 2\,\frac{(x - \sqrt{900 + 20GH})(x + \sqrt{900 + 20GH})}{x^2}$$

⑧

наим при $x = \sqrt{900 + 20GH}$

$20 + EF + GH = \sqrt{900 + 20GH}$;

$\Rightarrow$ BKEC − кв-т. $\Rightarrow$

$P = 4\sqrt{900 + 20GH} =$ $\cancel{BK}$ $BE \cdot 4 = ?$

~~$(35 + AB)^2 = 1600$; $AB = 5$;~~

$AB + 35 = EF + 20 + GH$.
$AB + 15 = EF + GH$

№4 Пусть $x_п$ – кол-во плотников в отряде, Лист 4 из 4
$x_б$ – кол-во бетонщиков, $x_к$ – кол-во каменщиков.
x_1 – кол-во человек, владеющих только одной профессией,
x_2 – кол-во человек, владеющих двумя профессиями.

$$\begin{cases} x_б = \frac{x_п}{2} \\ x_к = x_п \cdot n \\ 3 \le n \le 20 \\ n \in \mathbb{Z} \\ x_2 = x_п + 2 \\ x_б + x_к + x_п - x_2 = 32 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\frac{x_п}{2} + \cancel{x_п} + x_п \cdot n - \cancel{x_п} - 2 = 32$$

$$x_п\left(n + \frac{1}{2}\right) = 34$$

$$x_п(2n+1) = 68$$

$$x_п(2n+1) = 17 \cdot 4$$

$$n \geqslant 3 \Rightarrow 2n \geqslant 6 \Rightarrow 2n+1 \geqslant 7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_п = 4;\ 2n+1 = 17 \quad (n = 8)$$

$$x_1 = 32 - x_2 = 32 - x_п - 2 = 30 - x_п = 26$$

Ответ: 26 бойцов владеют только одной профессией. 20

№3
$y = \sin^2 x$; $y^{(1)} = 2\sin x \cos x$; $y^{(2)} = -2\sin^2 x + 2\cos^2 x$

$y^{(3)} = -4\sin x\cos x - 4\sin x\cos x = -8\sin x\cos x$

$y^{(4)} = 8\sin^2 x - 8\cos^2 x$

$y^{(5)} = 16\sin x\cos x + 16\sin x\cos x = 32\sin x\cos x$

если n – нечётное число!

$y^{(n)} = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot 2^{n} \sin x\cos x$

$y^{(2019)} = -2^{2019} \cdot \sin x\cos x$

Ответ: $y^{(2019)} = -2^{2019} \sin x\cos x$ – верно!

16