

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МГТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	9	15	20	-	5	 		 		54	невероятно редко задача	<i>[Signature]</i>

21

$$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$$

$$(x^4 - 2x^2)(2x) + 4x^2 + (8x^2 - 24x + 24) = 0$$

$$(x^2 - 2x)^2 + (8x^2 - 24x + 24) = 0$$

Рассмотрим выражение:

$$f(x) = 8x^2 - 24x + 24 = 0$$

$$D = 24^2 - 32 \cdot 24 = 24(24 - 32) = -8 \cdot 24 < 0$$

Верши parabолы направлены вверх, дискриминант меньше нуля, следовательно

функция $f(x) = 8x^2 - 24x + 24 > 0$ при любых значениях x . $f(x) > 0$

$$g(x) = (x^2 - 2x)^2$$

$$g(x) \geq 0$$

$$f(x) > 0$$

$$g(x) \geq 0$$

$\left. \begin{matrix} f(x) > 0 \\ g(x) \geq 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow f(x) + g(x) > 0$ при любых значениях x , следовательно

уравнение $x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$ не имеет корней.

23

5

$$y = \sin^2 x$$

$$y' = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

$$y'' = 2 \cos 2x$$

$$y^{(3)} = -2 \cdot 2 \sin 2x$$



ШИФР

4 4 4 6 1

$$y^{(4)} = -4 \cdot 2 \cos 2x$$

$$y^{(5)} = 2 \cdot 8 \sin 2x = 2^4 \sin 2x = 2^4 (y')$$

Получаем $(y^{(1+4 \cdot i)}) = (2^4)^i \sin 2x, i \in \mathbb{Z},$

$$y^{1+504 \cdot 4} = y^{2017} = (2^4)^{504} \sin 2x$$

$$y^{2018} = 2^{2016} \cdot 2 \cdot \cos 2x$$

$$y^{2019} = -2^{2018} \sin 2x$$

Ответ: $y^{2019} = -2^{2018} \sin 2x +$

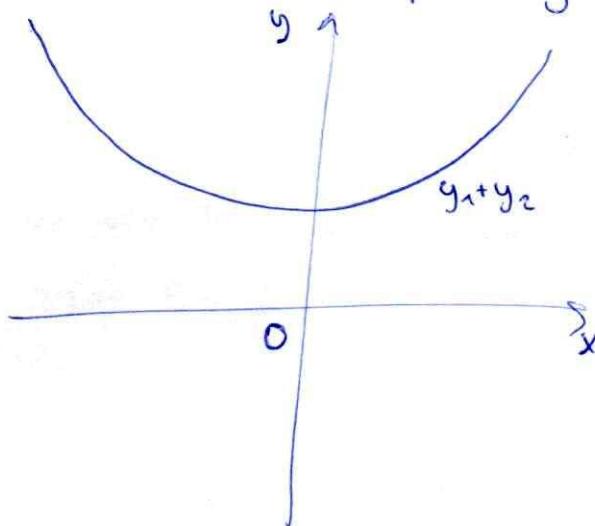
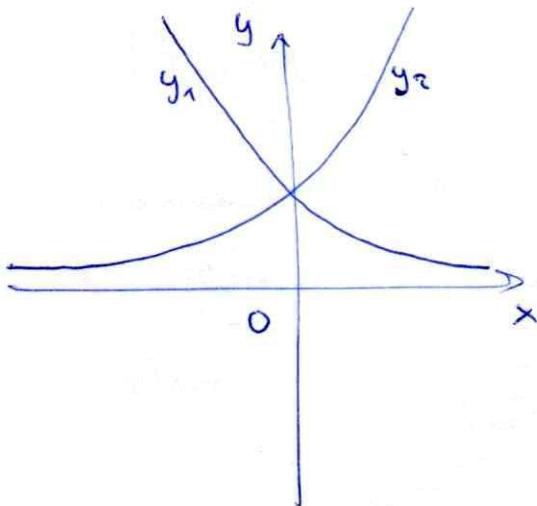
2.

18

$$(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x \leq 62$$

$y_1 = (4 - \sqrt{15})^x, 4 - \sqrt{15} \in (0, 1) \Rightarrow y_1$ убывает на всем промежутке

$y_2 = (4 + \sqrt{15})^x, 4 + \sqrt{15} > 1 \Rightarrow y_2$ возрастает на всем промежутке



$$(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x = 62$$

$x \in \{-2, 2\}$ - почему? Нет подсказки!

9

$$x \in [-2, 2]$$

Ответ: $[-2, 2]$

ШИФР

4	4	4	6	7
---	---	---	---	---

24

Пусть Π - количество матчишек, K - камешки, Φ - бетонишки,
 ΠK - матчишек + камешкишек одновременно, $K\Phi$ и $\Phi\Pi$ - аналогично
 тогда

$$\left\{ \begin{array}{l} \Pi + \Phi + K - \Pi\Phi - \Phi K - \Pi K = 32 \\ \Pi = 2\Phi \\ \Phi\Pi = K \\ n \in [3; 20] \\ K\Phi + \Phi\Pi + K\Pi = 2 + \Pi \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Pi + \frac{\Pi}{2} + n\Pi - 2\Pi = 32 \quad (1) \Leftrightarrow \Pi = 4 \\ n \in [3; 20] \\ K\Phi + \Phi\Pi + K\Pi = 2 + \Pi \end{array} \right.$$

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\Pi}{2} + n\Pi = 34 \\ n \in [3; 20] \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Pi + 2n\Pi = 68 \\ n \in [3; 20] \end{array} \right. \quad \text{или} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Pi(1+2n) = 68 \\ n \in [3; 20] \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n = 8 \\ \Pi = \frac{68}{17} = 4 \end{array} \right.$$

Количество бойцов вышедших только из профессии:

$$32 - (K\Phi + \Phi\Pi + K\Pi) = 32 - (2 + \Pi) = 32 - 6 = 26$$

Ответ: 26

(20)

ШИФР

4	4	4	6	1
---	---	---	---	---

56

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 & (1) \\ x^2 + xz + z^2 = 9 & (2) \\ y^2 + yz + z^2 = 36 & (3) \end{cases}$$

$$(1) \quad x^2 + xy + y^2 - 4 = 0$$

$$D = y^2 - 4y^2 + 16 = 16 - 3y^2$$

$$x = \frac{-y \pm \sqrt{16 - 3y^2}}{2} \quad \checkmark$$

$$(2) \quad x^2 + zx + z^2 - 9 = 0$$

$$D = z^2 - 4z^2 + 36 = 36 - 3z^2$$

$$x = \frac{-z \pm \sqrt{36 - 3z^2}}{2}$$

$$\frac{-y + \sqrt{16 - 3y^2}}{2} = \frac{-z + \sqrt{36 - 3z^2}}{2}$$

$$y^2 + 16 - 3y^2 - 2y\sqrt{16 - 3y^2} = z^2 + 36 - 3z^2 + 2z\sqrt{36 - 3z^2}$$

$$z - y = \sqrt{36 - 3z^2} - \sqrt{16 - 3y^2}$$

$$z^2 - 2zy + y^2 = 36 - 3z^2 + 16 - 3y^2 - 2\sqrt{(36 - 3z^2)(16 - 3y^2)}$$

$$36 - 3zy = 36 + 3z^2 + 3y^2 - 16 = -2\sqrt{(36 - 3z^2)(16 - 3y^2)}$$

$$2\sqrt{36 \cdot 16 - 3 \cdot 36y^2 - 3 \cdot 16z^2 + 9z^2y^2} = -3z^2 + 3y^2 + 3zy + 16$$

$$2\sqrt{36 \cdot 16 - 3 \cdot 36y^2 - 3 \cdot 16z^2 + 9z^2y^2} = 4yz - 20$$

$$\sqrt{36 \cdot 16 - 3 \cdot 36y^2 - 3 \cdot 16z^2 + 9z^2y^2} = 2yz - 10$$

$$576 - 108y^2 - 48z^2 + 9z^2y^2 = 4y^2z^2 + 100 - 40yz$$

$$5z^2y^2 - 48z^2 + 40yz - 108y^2 + 476 = 0$$

$$z^2(5y^2 - 48) + 40yz - 108y^2 + 476 = 0$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

4	4	4	6	1
---	---	---	---	---

1) 1 реш. при $D=0$

$$y^2 = \frac{16}{3} \Rightarrow y = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{-\frac{4}{\sqrt{3}}}{2} = -\frac{4}{2\sqrt{3}} = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$y = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

~~2) $x = \frac{4}{\sqrt{3}}$~~

$$(2) z^2 + xz + x^2 - 9 = 0$$

$$z^2 - \frac{2}{\sqrt{3}}z + \frac{4}{3} - 9 = 0 \quad | \cdot 3$$

$$3z^2 - 2\sqrt{3}z + 23 = 0$$

$$D = 12 + 4 \cdot 3$$

$$(2) z = \frac{-x + \sqrt{36 - 3x^2}}{2}$$

$$x = 2\sqrt{3}$$

1 реш. при $D=0$

$$x^2 = 12 \quad x = 2\sqrt{3}$$

$$z = \frac{-2\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3} < 0 \quad \dots$$

по усл. $x, y, z > 0$

$$(3) D = 44^2; y^2 - 4(z^2 - 36) = y^2 - 4z^2 + 144$$

1 реш. при $D=0$

$$144 = 3y^2 \quad y = \frac{144}{3} = 48$$

$$y = 48$$

$$z = \frac{-18}{2} = -9$$

Ответ: ~~$-\frac{2}{\sqrt{3}}; -\sqrt{3}; -9$~~
 ~~$\frac{4}{\sqrt{3}}; 2\sqrt{3}; 48$~~