

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Н.Э.Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись	
											Цифрой	Прописью		
Оценка	5	10	15	20	5	0						55	пятьдесят пять	

№1 Док-тв:

$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$ - не имеет решений.

Док-во.

$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 6x^2 - 24x + 24 + 2x^2 =$

$= x^2(x-2)^2 + 6(x-2)^2 + 2x^2 = (x^2+6)(x-2)^2 + 2x^2.$

1) $x^2 + 6 \geq 6$ при $x \in \mathbb{R}$

2) $(x-2)^2 \geq 0$, $(x-2)^2 = 0$, при $x = 2$

3) $2x^2 \geq 0$, $2x^2 = 0$, при $x = 0$

т.к. все части неотрицат. и нули принимаются при разных x , то ур-е решения не имеет, ч.т.д

№2. $(4-\sqrt{15})^x + (4+\sqrt{15})^x \leq 62.$

$(4-\sqrt{15})^x = (4+\sqrt{15})^x = 1 \Rightarrow (4-\sqrt{15})^x = \frac{1}{(4-\sqrt{15})^x}$

Пусть $a = (4+\sqrt{15})^x$, $a > 0$.

$\frac{1}{a} + a - 62 \leq 0.$

$\frac{a^2 + 62a + 1}{a} \leq 0$, т.к. $a > 0$, то

$a^2 - 62a + 1 \leq 0.$

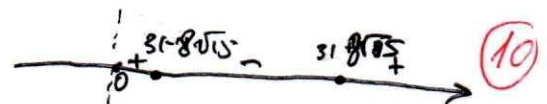
$D = 62^2 - 4 = 3844 - 4 = 3840 = (16\sqrt{15})^2$

$a_1 = 31 - 16\sqrt{15} = 31 - 8\sqrt{15}$

$a_2 = 31 + 8\sqrt{15}$

$a \in [31 - 8\sqrt{15}; 31 + 8\sqrt{15}] \Rightarrow (4+\sqrt{15})^x \in [(4-\sqrt{15})^2; (4+\sqrt{15})^2] \Rightarrow x \in [-2; 2].$

$$\begin{array}{r} 62 \\ \times 62 \\ \hline 124 \\ 372 \\ \hline 3844 \end{array}$$



$31 - 8\sqrt{15} > 0$, т.к. Ответ: $x \in [-2; 2]$

ШИФР

4 6 0 3 8

N3.

$$y = \sin^2 x \quad y^{(2019)} = ?$$

$$y' = 2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x$$

$$y'' = 2 \cos 2x = 2^1$$

$$y''' = -4 \sin 2x = 2^2$$

$$y^{(4)} = -8 \cos 2x = 2^3$$

$$y^{(5)} = 16 \sin 2x = 2^4$$

Знак выраж. зависит от ост. от деления на 4 (1,2 - полож.; 3,0 - отриц.)

$$\frac{2019}{4} = 504 \frac{3}{4} \Rightarrow \text{знак минус.}$$

$\frac{\cos}{\sin}$ - порядок нечётный $\Rightarrow \sin$.
порядок чётный

$2^n \Rightarrow n = k - 1$, где k - порядок производной

Получаем $y^{(2019)} = -2^{2018} \sin 2x$

Ответ: $-2^{2018} \sin 2x$ ✓

15

N4.

32 бойца: x - каменщик.
 y - бетонщик.
 z - плотник.
 a - 2 профа.

$$\begin{cases} z = 2y \\ x = nz \\ a = z + 2 \end{cases}$$

$$3 \leq n \leq 20$$

$$x + y + z - z + 2 = 32$$

$$x + y = 34$$

$$2x + 2y = 34 \cdot 2$$

$$2nz + z = 68$$

$$z(2n+1) = 68$$

z - чётное $\Rightarrow \begin{cases} z=2 \\ z=4 \\ z=34 \end{cases}$ не может быть, т.к. $3 \leq n \leq 20$

$$\Rightarrow z=4, n=8 \Rightarrow x=32, y=2, a=6$$

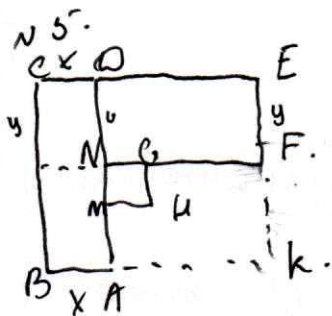
$$1 \text{ профес} = 32 - 6 = 26$$

Ответ: 26 человек. ✓

20

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 6 0 3 8



$MA=GF=20$. $GH=n, n \geq 10$.
 $MN=15, GH \geq 10$. $DN=y, CD=x$.

$x(35+y) + 35y + 15n = 1600$

$x(20+n) + y(35+x) = 1600 - 15n$.
 Пусть $n=10$. - мин. знач. - ?
 x, y должны быть кратны 5, т.к. $1600-15n$ кр. целых?

Площа $30x + y(35+x) = 1450$.

$x=15, y=20, x+y=35$

Пусть $n=15$.
 Площа $35x + y(35+x) = 1375$.

$x=5, y=30, x+y=35$.

5

Значит всегда $x+y=35$.

$L = 2x + 2y + 2(20+n) + 70 \Rightarrow n - \text{min}, n=10, x=15, y=20$

$L = 70 + 70 + 60 = 200$, т.е. $BK=50, KE=50, GH=10$

Ответ: 200 м - длина проволоки
 $BK=50, KE=50, GH=10$ ✓

№ 6.

x, y, z - положительные.

$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x^2 + xz + z^2 = 9 \\ y^2 + yz + z^2 = 36 \end{cases}$

$\begin{cases} (z-y)(x+y+z) = 5 \\ (y-x)(x+y+z) = 25 \\ (z-x)(x+y+z) = 32 \end{cases}$

$z^2 + x^2 + xz - x^2 - y^2 - xy = (z-y)(z+y) + x(z-y) = (z-y)(x+y+z) = 5$

$\frac{y-x}{z-y} = 5$, т.к. $y-x \neq 0, z-y \neq 0$

$y-x = 5z-5y$

$6y-5z = x$

$\frac{z-x}{z-y} = \frac{32}{5} \Leftrightarrow \frac{z-6y+5z}{z-y} = \frac{32}{5} =$

$= \frac{6(z-y)}{z-y} = \frac{32}{5}; 6 \neq \frac{32}{5} \Rightarrow$

\Rightarrow в задании ошибка!