

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.19

Площадка написания \_\_\_\_\_

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись	
											Цифрой	Прописью		
Оценка	0	5	15	0	0	30						50	пятдесят	

№ 1.

$$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$$

$$x^4 + 12x^2 - 4x^3 - 24x + 24 = 0$$

$$x(x^3 + 12x) - x(4x^2 + 24) + 24 = 0$$

$$(x-x)(x^3 + 12x - 4x^2 - 24) + 24 = 0$$

$24 \neq 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$  уравнение не имеет решений  
ч. т. д.

? 0

№ 3.  $y = \sin^2 x$

1.  $y' = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \sin 2x$

2.  $y'' = 2 \cos 2x$

3.  $y''' = -4 \sin 2x$

4.  $y^{(4)} = -8 \cos 2x$

5.  $y^{(5)} = 16 \sin 2x$

↓

2019.  $y^{(2019)} = -2^{2018} \sin 2x$

Ответ:  $y^{(2019)} = -2^{2018} \sin 2x$  ✓

(15)

N2.

$$(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x \leq 62$$

Заметим, что при  $x=2$  выразение слева равняется 62:

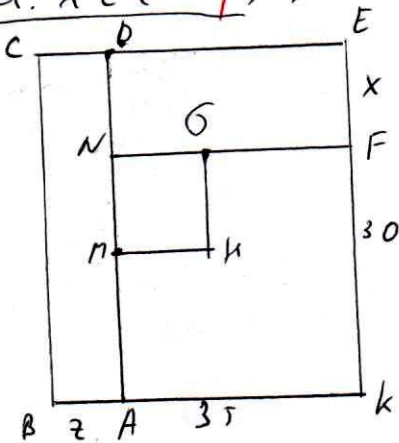
$$(4 - \sqrt{15})^2 + (4 + \sqrt{15})^2 = 16 - 8\sqrt{15} + 15 + 16 + 8\sqrt{15} + 15 = 32 + 30 = 62$$

$$f(x) = (4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x - \text{возрастающая ф-ция.} \Rightarrow ?$$

$\Rightarrow$  ответ:  $x \in (-\infty; 2]$

N5.

$S = 1600$   
 $MA = GF = 20\text{ м}$   
 $MI = 15\text{ м}$   
 $GH \geq 10\text{ м}$



$BK = ?$   
 $KE = ?$   
 $GH = ?$   
 $l = ?$

Решение:

рассмотрим  $\triangle MNFK$ :

$$\left. \begin{matrix} MA = GF = 20\text{ м} \\ MI = 15\text{ м} \end{matrix} \right\} \Rightarrow GH = 10\text{ м} \quad (\text{т.к. стороны колесо 6,5 метра})$$

Обозначим:  $BA = z$  /  $FK = GH = MA = 20$   
 $EF = x$  /  $AK = MI + GF = 15 + 20 = 35$

тогда  $S_{\text{всех}} = (z + 35)(x + 30)$

$$1600 = 40 \cdot 40 = (z + 35)(x + 30) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z = 5$$

$$x = 10$$

отсюда:  $BK = 40\text{ (м)}$   
 $KE = 40\text{ (м)}$   
 $GH = 10\text{ (м)}$

Ответ:  $l = 4 \cdot 40 = 160\text{ (м)}$ ;  $BK = 40\text{ (м)}$ ;  $KE = 40\text{ (м)}$ ;  $GH = 10\text{ (м)}$

**ШИФР**

4	6	0	1	7
---	---	---	---	---

№ 6 / лист 1

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x^2 + xz + z^2 = 9 \\ y^2 + yz + z^2 = 36 \end{cases} \begin{cases} (x+y)^2 - xy = 4 \quad (1) \\ (x+z)^2 - xz = 9 \quad (2) \\ (y+z)^2 - yz = 36 \quad (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ z > 0 \end{cases}$$

вычитаем (2) из (1):

$$\begin{aligned} (x+y)^2 - (x+z)^2 - xy + xz &= -5 \\ (y-z)(2x+y+z) - x(y-z) &= -5 \\ (y-z)(x+y+z) &= -5 \\ x+y+z &= \frac{-5}{y-z} \end{aligned}$$

вычитаем (3) из (2):

$$\begin{aligned} (x+z)^2 - (y+z)^2 - xz + yz &= -25 \\ (x-y)(x+z+y) - z(x-y) &= -25 \\ (x-y)(x+z+y) &= -25 \\ x+z+y &= \frac{-25}{x-y} \end{aligned}$$

вычитаем (3) из (1):

$$\begin{aligned} (x+y)^2 - (y+z)^2 - xy + yz &= -32 \\ (x-z)(x+y+z) - y(x-z) &= -32 \\ (x-z)(x+y+z) &= -32 \\ x+y+z &= \frac{-32}{x-z} \end{aligned}$$

пусть  $A = x+y+z$ , тогда получим:

$$\begin{cases} A = \frac{-5}{y-z} \quad (4) \\ A = \frac{-25}{x-y} \quad (5) \\ A = \frac{-32}{x-z} \quad (6) \end{cases}$$

приравняем 4 и 5:

$$\begin{aligned} \frac{5}{y-z} &= \frac{25}{x-y} \\ 5x - 5y &= 25y - 25z \Rightarrow \\ 30y &= 5x + 25z \end{aligned}$$

приравняем 5 и 6:

$$\begin{aligned} \frac{25}{x-y} &= \frac{32}{x-z} \\ 25x - 25z &= 32x - 32y \\ 7x &= 32y - 25z \end{aligned}$$

приравняем 4 и 6:

$$\begin{aligned} \frac{5}{y-z} &= \frac{32}{x-z} \\ 5x - 5z &= 32y - 32z \\ 27z &= 32y - 5x \end{aligned}$$

получим:

$$\begin{cases} 30y = 5x + 25z \quad (7) \\ 27z = 32y - 5x \quad (8) \\ 7x = 32y - 25z \quad (9) \end{cases}$$

вычитаем (8) из (7):

$$\begin{aligned} 30y - 27z - 7x &= 25z - 5x \\ 2z &= 2x \\ \underline{z = x} \end{aligned}$$

сложим (7) и (8):

$$\begin{aligned} 30y + 27z &= 25z + 32y \\ 2y &= 2z \\ \underline{y = z} \end{aligned}$$

сложим (7) и (9):

$$\begin{aligned} 30y + 7x &= 5x + 32y \\ 2y &= 2x \\ \underline{y = x} \end{aligned}$$

Таким образом:

$$\begin{cases} x = z \\ x = y \\ y = z \end{cases}$$

подставим данные значения в исходную систему,

получим:

$$\begin{cases} 3x^2 = 4 \\ 3z^2 = 9 \\ 3y^2 = 36 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{2}{\sqrt{3}} \\ z = \sqrt{3} \\ y = \sqrt{12} \end{cases}$$

решений нет

Ответ:  $x \in \emptyset$ ; система не имеет решений.  
 $y \in \emptyset$ ;  
 $z \in \emptyset$ ;

N 6 / мисс 2 /

$$\begin{cases} x = z & (10) \\ x = y & (11) \\ y = z & (12) \end{cases}$$

при  $x = z$  (10)

$$\begin{cases} z^2 + zy + y^2 = 4 \\ z^2 + z^2 + z^2 = 9 \\ y^2 + yz + z^2 = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \sqrt{3} \\ 0 \neq -32 \end{cases} \Rightarrow \text{не имеет реш.}$$

при  $x = y$  (11)

$$\begin{cases} y^2 + y^2 + y^2 = 4 \\ y^2 + yz + z^2 = 9 \\ y^2 + yz + z^2 = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{\sqrt{3}} \\ 0 \neq -25 \end{cases} \Rightarrow \text{не имеет реш.}$$

при  $y = z$  (12)

$$\begin{cases} x^2 + xz + z^2 = 4 \\ x^2 + xz + z^2 = 9 \\ z^2 + z^2 + z^2 = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \sqrt{12} \\ 0 \neq -5 \end{cases} \Rightarrow \text{не имеет реш.}$$

Ответ:  $x \in \emptyset$ ; система не имеет решений.

$z \in \emptyset$ ;  
 $y \in \emptyset$ ;

30