

ШИФР

4 1 7 5 5

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.19

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	7	7	20	10	7					42	сорок два	

⑦ $x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$
 $x^4 - 4x^3 + 12(x^2 - 2x + 1 + 1) = 0$
 $x^4 - 4x^3 + 12(x-1)^2 + 12 = 0$
 $x^2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 12(x-1)^2 + 12 = 0$
 $x^2(x-2)^2 - 4x^2 + 12(x-1)^2 + 12 = 0$

$x^2(x-2)^2$ и $12(x-1)^2$ - не обращаются в ноль одновременно
 Сравним $12(x-1)^2$ и $4x^2$

⑤ $x^2(x-2)^2 + 12(x-1)^2 + 12 > 4x^2$ $\forall x$ т.к. $12(x-1)^2 = 12x^2 - 24x + 12$

③ $y = \sin^2 x$
 $y' = 2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x$

$\begin{cases} y^{(2)} = \cos 2x \cdot 2 \\ y^{(3)} = -\sin 2x \cdot 2^2 \\ y^{(4)} = -\cos 2x \cdot 2^3 \\ y^{(5)} = \sin 2x \cdot 2^4 \\ y^{(6)} = \cos 2x \cdot 2^5 \\ y^{(7)} = -\sin 2x \cdot 2^6 \\ y^{(8)} = -\cos 2x \cdot 2^7 \\ y^{(9)} = \sin 2x \cdot 2^8 \end{cases}$

$y^{(n)} = \pm \sin 2x / \cos 2x \cdot 2^{n-1}$

Начиная со второго порядка производные
 образуют последовательность одинаковой
 структуры, определим n -ую к какой
 последовательности принадлежит $y^{(2019)}$
 какому её члену является

$\frac{2019-1}{2} = 504 \text{ (ост. 2)} \Rightarrow$

$y^{(2019)}$ - 3-ий член 505-ой последовательности

$y^{(2019)} = -\cos 2x \cdot 2^{2018}$

Ответ: $-\cos 2x \cdot 2^{2018}$

⑦

ШИФР

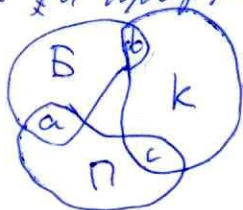
4 1 7 5 5

У Пусть профессией бетонщика владеют x человек, профессией плотника $2x$ и профессией каменщика $2x$.

всего К. : $2x$

всего Б : x

всего П : $2x$



Пусть Б-владеет только n бетонщика,

К-только каменщика

П-только плотника;

а - бетонщика и плотника

б - бетонщика и каменщика

в - каменщика и плотника

$$\begin{cases} К + П + Б + а + б + в = 32 \\ Б + а + б = x \\ К + б + в = 2x \\ П + а + в = 2x \\ а + б + в = 2x + 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} К + П + Б + а + б + в = 32 \\ К + П + Б + 2(а + б + в) = 3x + 2x \\ а + б + в = 2x + 2 \\ 3x + 2x = 32 + (а + б + в) \end{cases}$$

$$2x + x + 2x = 32 + (а + б + в)$$

Переводим $а + б + в = e$, $К + П + Б = m$ - исконое

$$\begin{cases} m + e = 32 \\ m + 2e = 3x + 2x \\ e = 2x + 2 \\ e + 32 = 3x + 2x \end{cases}$$

выразим все переменные через m

$$1) e = 32 - m$$

$$2) m + 64 - 2m = 32 - m = 2x + 2$$

$$30 - m = x$$

$$3) m + 64 - 2m = \frac{3}{2}(30 - m) + \frac{30 - m}{2}$$

$$64 - m = (30 - m) \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{64 - m}{30 - m} - \frac{3}{2} = n ; n = \frac{128 - 2m - 90 + 3m}{2(30 - m)} = \frac{m + 38}{2(30 - m)}$$

$$4) 32 - m + 32 = 3 \frac{(30 - m)}{2} + \frac{(30 - m)(m + 38)}{2(30 - m)}$$

$$64 - m = \frac{90 - 3m + m + 38}{2}$$

$$128 - 60n - 2m = m + 38$$

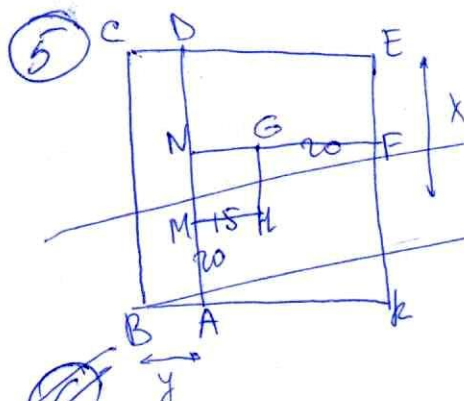
$$60n - 38 = m(1 + 2n)$$

$$m = \frac{60n - 38}{1 + 2n}$$

$$\text{при } n = 8 \quad m = \frac{480 - 38}{17} = 26$$

при др значениях n $m \neq 7$

Ответ: 26 ✓



Пусть $MD = x$, $BA = y$

$BK \cdot KE = 1600$

$(y + 35)(x + 20) = 1600$

$y = \frac{1600}{x + 20} - 35 = \frac{1600 - 35x - 700}{x + 20} = \frac{900 - 35x}{x + 20}$

6

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 9 & (1) \\ x^2 + xz + z^2 = 9 & (2) \\ y^2 + yz + z^2 = 36 & (3) \end{cases}$$

(2) - (1): $xz + z^2 - xy - y^2 = 0$

$x(z - y) + (z - y)(z + y) = 0$

$(z - y)(x + y + z) = 0$

(3) - (1): $y^2 + z^2 - x^2 - xy = 27$

$y(z - x) + (z - x)(z + x) = 27$

$(z - x)(y + x + z) = 27$

(3) - (2): $y^2 + yz - x^2 - xz = 27$

$z(y - x) + (y - x)(y + x) = 27$

$(y - x)(x + y + z) = 27$

$\frac{5}{z - y} = \frac{32}{z - x} = \frac{27}{y - x}$

$\begin{cases} 5z - 5x = 32z - 32y \\ 5y - 5x = 27z - 27y \\ 32y - 32x = 27z - 27x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 27z = 32y - 5x \\ 32y = 27z + 5x \\ 5x = 32y - 27z \end{cases} \Leftrightarrow$

Омлем - ?

$27z = 32y - 5x$

5 Пусть $MD = x$, $BA = y$

$BK \cdot KE = 1600$

$(y + 35)(x + 20) = 1600$

$y = \frac{900 - 35x}{x + 20}$

Пусть $MD = x$, $BA = y$

$L(x) = x + \frac{900 - 35x}{x + 20} = \frac{x^2 + 20x + 900 - 35x}{x + 20}$

$L(x) = \frac{x^2 - 15x + 900}{x + 20}$

$L'(x) = \frac{(2x - 15)(x + 20) - x^2 + 15x - 900}{x + 20}$



ШИФР

4 1 7 5 5

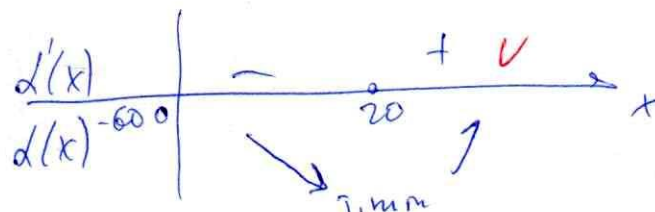
Продолжение

$$d'(x) = \frac{2x^2 + 40x - 15x - 300 - x^2 + 15x - 900}{x+20}$$

$$d'(x) = \frac{x^2 + 40x - 1200}{x+20}$$

$$d'(x) = \frac{(x+60)(x-20)}{x+20}$$

$d_{\min}$ при $x = 20$?



$$P_{\min} = (x + y + 35 + 20) \cdot 2 = \left(55 + 20 + \frac{900 - 900}{40} \right) \cdot 2 =$$

$$= (75 + 5) \cdot 2 = 160$$

$$BK = y + 35 = 35 + 5 = 40$$

$$KE = x + 20 = 40$$

$$GH \in [10; 20]$$

Ответ ?

10