


ШИФР

4 1 5 5 2

Класс 8 И Вариант 2 Дата Олимпиады 3.02.19

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ <u>27</u>		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>3</u>	<u>27</u>	<u>двадцать семь</u>	

Дано:

$$S = 10 \text{ км} = 10^4 \text{ м}$$

$$t_1 + t_3 = 10 \text{ мин} = 600 \text{ с}$$

$$V_2 = 144 \text{ км/ч} = 40 \text{ м/с}$$

$V_{\text{ср}} = ?$

$$V_2 = 0 + a_2 t_1$$

$$V_2 = a_2 t_1 \quad (*)$$

$$0 = V_2 - a_3 t_3$$

$$V_2 = a_3 t_3 \quad (**)$$

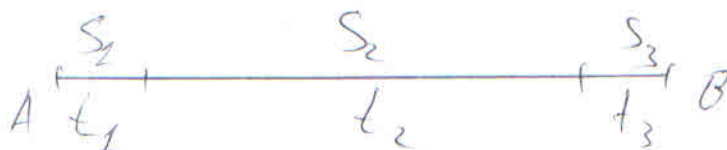
$$S_2 = S - \frac{V_2}{2}(t_1 + t_3); \quad t_2 = \frac{2S - V_2(t_1 + t_3)}{2V_2}$$

$$V_{\text{ср}} = \frac{S}{t_1 + t_3 + \frac{2S - V_2(t_1 + t_3)}{2V_2}} = \frac{10^4}{600 + \frac{2 \cdot 10^4 - 40 \cdot 600}{2 \cdot 40}} \approx 18,2 \text{ м/с}$$

$V_{\text{ср}} > 0$, но! Случай невозможен, т.к. $S_2 = 10^4 - \frac{80}{2} \cdot 600 =$

$= -20000 \text{ м}$ - путь не может быть < 0 .

№1.



$$V_{\text{ср}} = \frac{S}{t_1 + t_2 + t_3}$$

$$t_2 = \frac{S_2}{V_2}$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3$$

$$S_2 = S - S_1 - S_3 = S - (S_1 + S_3)$$

Подставим (*) и (**) в формулы S_2 и S_3 :

$$S_1 = \frac{V_2 t_1}{2}; \quad S_3 = V_2 t_3 - \frac{V_2 t_3^2}{2} = \frac{V_2 t_3}{2}$$



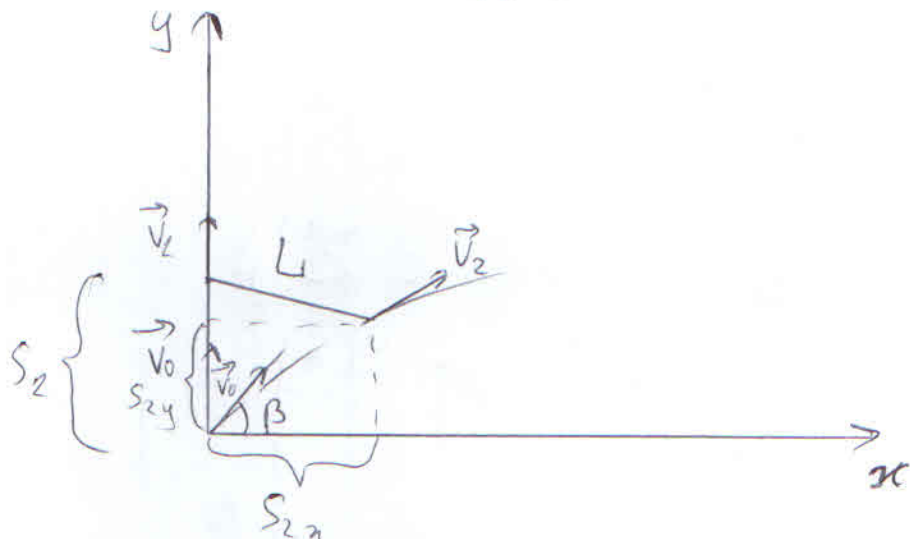
Ответ: $V_{\text{ср}} \approx 18,2 \text{ м/с}$, но невозможно.

ШИФР

4 1 5 5 2

$\sqrt{2}$

Дано:
 $v_0 = 30 \text{ м/с}$
 $t = 1 \text{ с}$
 $L = 30 \text{ м}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $\beta = ?$



Мы упр-я координат нам

$$\begin{cases} S_{2x} = v_0 \cos \beta t \\ S_{2y} = v_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = v_0 t \sin \beta - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \cos^2 \alpha &= 1 - \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

По т. Пифагора



$$L^2 = (S_2 - S_{2y})^2 + S_{2x}^2$$

$$L^2 = (v_0 t - \frac{gt^2}{2} - v_0 \sin \beta t + \frac{gt^2}{2})^2 + v_0^2 t^2 \cos^2 \beta$$

$$L^2 = v_0^2 t^2 - 2v_0^2 t^2 \sin \beta + v_0^2 \sin^2 \beta t^2 + v_0^2 t^2 - v_0^2 t^2 \sin^2 \beta$$

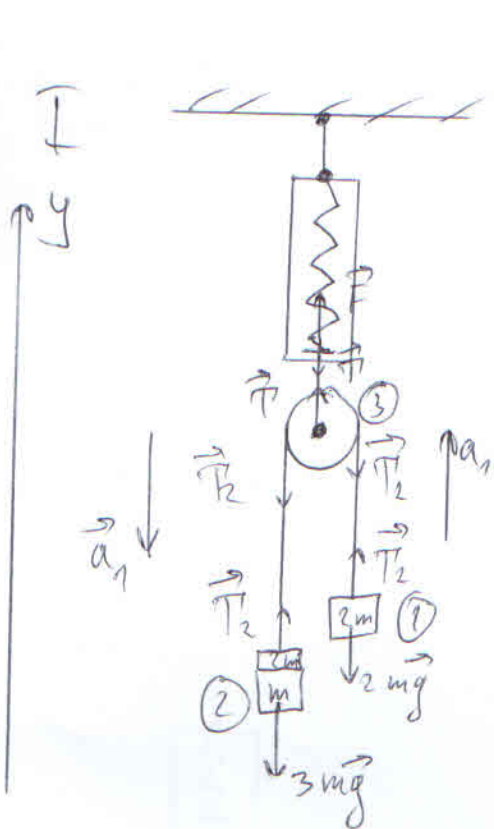
$$2v_0^2 t^2 \sin \beta = 2v_0^2 t^2 - L^2$$

$$\sin \beta = 1 - \frac{L^2}{2v_0^2 t^2} = 1 - \frac{900}{2 \cdot 900 \cdot 1} = 0,5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta = 30^\circ$$

Ответ: $\beta = 30^\circ$

Дано:
 $m = 1 \text{ кг}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $F = ?$
 $a_2 = ?$
 $a_1 = ?$



$\sqrt{3}$

Блок сш. динамометра
 покоится, т.е. $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$.
 $\vec{F} + \vec{T} = 0$
 $\vec{F} = -\vec{T}$
 отсюда: $F = T$, где $T = T_1 + T_2$
 $F = T_1 + T_2$

Запишем \vec{g} -е ур-е дв-я для 1 и 2:

$2mg + T_1 = 2ma_1$
 отсюда: $-2mg + T_1 = 2ma_1$; $a = \frac{2mg + T_1}{2m}$ (*)
 $3mg + T_2 = 3ma_1$
 отсюда: $-3mg + T_2 = -3ma_1$ (**)

~~Подставим (*) в (**)~~

Считая что перемещение равно нулю, т.е. $T_1 = T_2 = T$

~~$-3mg + T_2 = -3(-2mg + T_1)$~~
 ~~$-6mg + 2T_2 = -6mg + 3T_1$~~
 ~~$2T_2 = 3T_1 - 12mg$~~
 ~~$T_2 = \frac{3T_1 - 12mg}{2}$~~
 $-3mg + \frac{12mg - 3T_1}{2} = -3ma$
 ~~$-6mg + 12mg - 3T_1 = -6ma$~~
 ~~$3T_1 - 6mg = 6ma$~~
 ~~$T_1 - 2mg = 2ma$~~

$-2mg + T = 2ma$ †
 $-3mg + T = -3ma$ †
 $\frac{-2mg + T}{-3mg + T} = \frac{-2}{-3}$
 $6mg - 3T = -6mg + 2T$
 $T = \frac{12}{5} mg$
 $T_2 - 2mg = 2ma$

№3 (продолжение)

$$T' = \frac{12}{5} mg$$

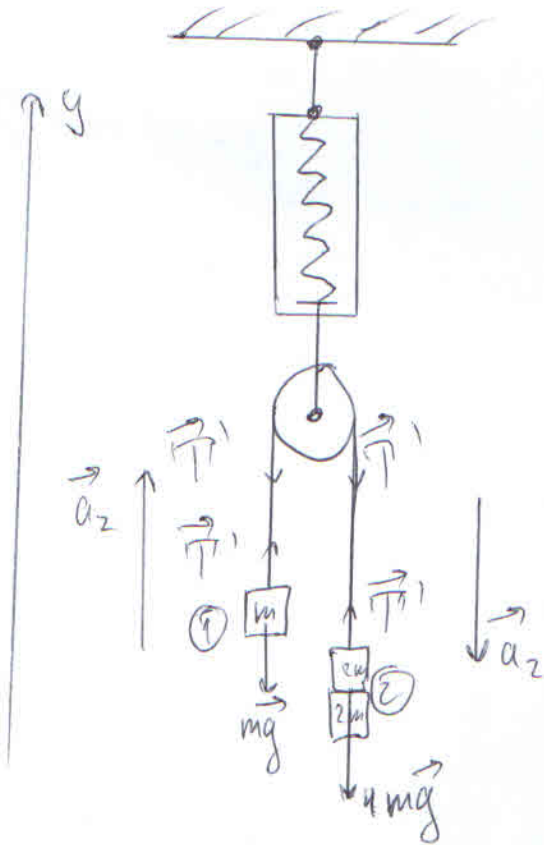
$$F = T'_2 + T'_2 = 2T' = \frac{24mg}{5} = \frac{24 \cdot 1 \cdot 10}{5} = 48 \text{ Н. } \text{f}$$

Реш

$$-2mg + T' = 2ma_2$$

$$a_2 = -g + \frac{T'}{2m} = -g + \frac{\frac{6}{5} \cdot 2mg}{5 \cdot 2m} = \frac{6}{5}g - g = \frac{1}{5}g$$

II



Запишем г-е ур-е гв-я

для ① и ②:

$$m\vec{g} + \vec{T}' = m\vec{a}_2$$

оу:

$$-mg + T' = ma_2; \quad T' = ma_2 + mg$$

$$4m\vec{g} + \vec{T}' = 4m\vec{a}_2$$

оу:

$$-4mg + T' = -4ma_2$$

$$-4mg + mg + ma_2 = -4ma_2$$

$$5ma_2 = 3mg$$

$$a_2 = \frac{3}{5}g$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{3g}{\frac{1}{5}g} = 3$$

Ответ: $F = 48 \text{ Н}$, $\frac{a_2}{a_1} = 3$ раза.

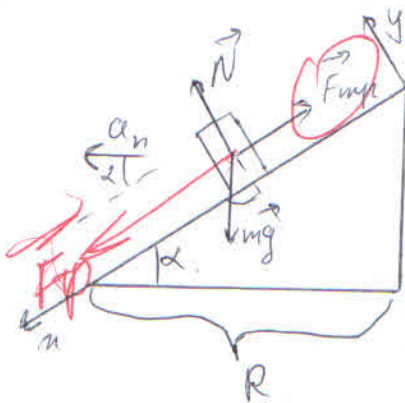
ШИФР

4	1	5	5	2
---	---	---	---	---

Дано:

R, α, g, μ

$a_{\max} = ?$
 $v = \text{const.}$



$N \perp v$

П.к $v = \text{const.}$, то

$$a_{\max} = a_n$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$

Динамическое уравнение движения:

$$\vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} = m\vec{a}_n = m\vec{a}$$

Ох:

$$mg \sin \alpha - \mu N = ma_n \cos \alpha$$

Оу:

$$N - mg \cos \alpha = ma_n \sin \alpha$$

$$N = m(g \cos \alpha + a_n \sin \alpha)$$

$$mg \sin \alpha - \mu m(g \cos \alpha + a_n \sin \alpha) = ma_n \cos \alpha \quad | : m$$

$$g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha - \mu a_n \sin \alpha = a_n \cos \alpha$$

$$g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = a_n(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)$$

$$a = g \frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$$

Ответ: $a_{\max} = g \cdot \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$

Знак $F_{\text{тр}}$

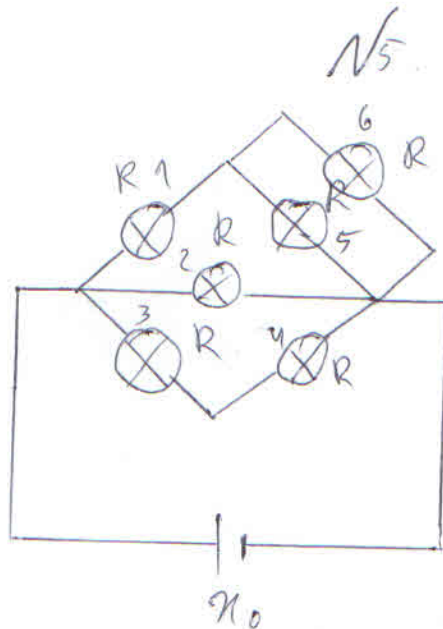
Дано:

$U_0 = 8,4 В$

$R = 10 Ом$

$R_{AB} = ?$

$y_6 = ?$



$$R_{AB} = \frac{\left(\frac{R_{1,5,6} R_2}{R_{1,5,6} + R_2} \right) R_{3,4}}{\frac{R_{1,5,6} R_2}{R_{1,5,6} + R_2} + R_{3,4}} \quad \text{где}$$

$$R_{3,4} = R_3 + R_4 = 2R$$

$$R_{1,5,6} = R_2 + \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} = R + \frac{R^2}{2R} = \frac{3}{2}R$$

$$R_2 = R$$

$$R_{AB} = \frac{\left(\frac{\frac{3R}{2} \cdot R}{\frac{3R}{2} + R} \right) \cdot 2R}{\frac{\frac{3R}{2} \cdot R}{\frac{3R}{2} + R} + 2R} = \frac{\frac{3R^2}{2} \cdot \frac{2}{5R} \cdot 2R}{\frac{3R^2}{2} \cdot \frac{2}{5R} + 2R} = \frac{\frac{6R^2}{5}}{\frac{13R}{5}} =$$

$$= \frac{6}{5} R^2 \cdot \frac{5}{13R} = \frac{6R}{13} = \frac{60}{13} \approx 4,62 Ом \quad \dagger$$

По 3-му закону Ома: $y_6 = \frac{U_6}{R_6}$, где $R_6 = R$, $U_6 = U_{5,6}$.

$$U_{5,6} = y_{5,6} \cdot R_{5,6}, \text{ где } R_{5,6} = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} = \frac{R}{2}, \quad y_{5,6} = y_{1,5,6}$$

$$y_{1,5,6} = \frac{U_{1,5,6}}{R_{1,5,6}} = \frac{U_0}{R_{1,5,6}}, \text{ где } R_{1,5,6} = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2}R$$

$$y_{1,5,6} = \frac{2U_0}{3R}, \quad U_6 = \frac{8U_0}{3R} \cdot \frac{R}{2} = \frac{2U_0}{3}$$

ШИФР

4 1 5 5 2

№5 (продолжение)

$$I_6 = \frac{U_0}{3R} = \frac{8,4}{3 \cdot 10} = 0,28 \text{ A.}$$

Ответ: $R_{AB} \approx 4,62 \text{ Ohm}$, $I_6 = 0,28 \text{ A}$.

№6

Вода давит на дно сосуда:

$$p = p_0 + \rho g h.$$

Сила этого давления на дно:

$$F_{\text{дав}} = pS = p_0 S + \rho g h S.$$

П.к. при этой силе вода вытесняется из под дна колокола, то $F_{\text{дав}}$ (по III му з-ну Ньютона, г-я обратно на воду) + $F_{\text{ар}}$ компенсируют силу тяжести Mg :

$$Mg = F_{\text{дав}} + F_{\text{ар}}; \quad Mg = p_0 S + \rho g h S + \frac{\rho V g}{2}$$

$$M = \frac{\rho_0 S}{g} + \rho h S + \frac{\rho V}{2} ?$$

Внимание, что колокол в воздушной среде с давлением p_0 .

$$M = \frac{\rho_0 S}{g} + \rho h S + \frac{\rho V}{2}$$