ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

**ШИФР** 3 4 6 9 0

Класс 10 Вариант 001 Дата Олимпиады 3.02.18

Площадка написания МГТУ им. Баумана

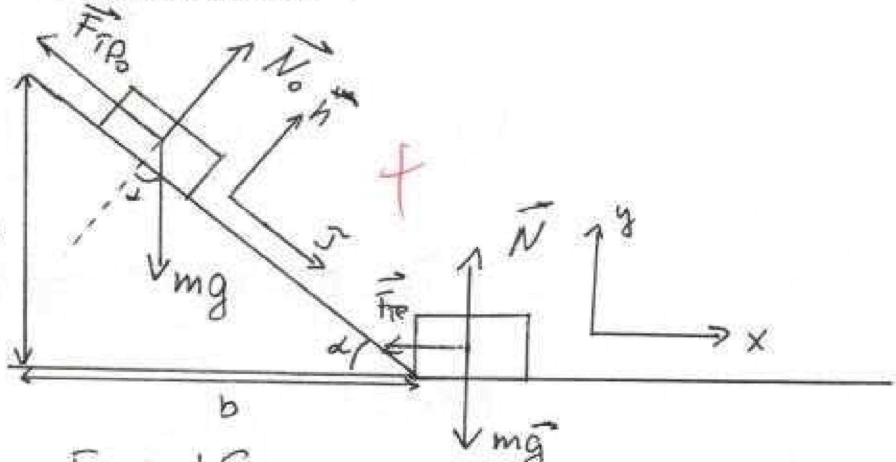
| Задача | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Σ 24 Цифрой | Прописью | Подпись |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Оценка | 5 | 3 | 3 | 5 | 5 | 3 | 24 | двадцать четыре | |

Задача №1.

...ано:
..., b, P, g, $\mu$

$m - ?$

Решение:




$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{F_{тр} \cdot dS}{dt} = F_{тр} \cdot v = \mu \cdot N \cdot v \ (1)$$

По II закону Ньютона для бруска на горизонтальном участке:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{тр} + \vec{N} + m\vec{g}$$

$Oy$: $0 = N - mg \Leftrightarrow N = mg$ (2)

Из (2) в (1): $P = \mu m g v$ +

$$v = \frac{P}{\mu m g} \ (3)$$ +

По II закону Н-на для бруска на наклонном участке:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{тр_0} + \vec{N}_0 + m\vec{g}$$

$On$: $0 = N_0 - mg\cos\alpha \Leftrightarrow N_0 = mg\cos\alpha$ +

Следовательно, $F_{тр_0} = \mu N_0 = \mu m g \cos\alpha$

Обозначим за $L$ длину наклонной плоскости.

Тогда $\cos\alpha = \frac{b}{L}$

[По] закону изменения механической энергии:

$\Delta E_{мех} = -A_{тр}$

$\frac{m v^2}{2} - mgh = -A_{тр} = -F_{тр} \cdot L$ +

$\frac{\cancel{m} v^2}{2} - \cancel{m}gh = -\mu \cancel{m} g \cos\alpha \cdot L$

$v^2 = 2(gh - \mu g L \cos\alpha)$

Из (3): +

$\frac{p^2}{\mu^2 g^2 m^2} = 2(gh - \mu g L \cos\alpha)$

$m^2 = \frac{p^2}{2\mu^2 g^2 (gh - \mu g L \cos\alpha)}$

$m = \sqrt{\frac{p^2}{2\mu^2 g^2 (gh - \mu g L \frac{b}{L})}}$

$m = \frac{p}{\mu g}\sqrt{\frac{1}{2(gh - \mu g b)}}$

Ответ: $m = \frac{p}{\mu g}\sqrt{\frac{1}{2g(h - \mu b)}}$ +

Задача 2 на след. листе.

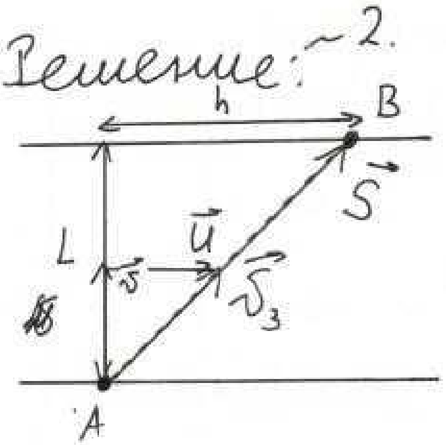
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 4 6 9 0 Лист 3.

Дано:
$L = 400$ м
$h = 300$ м
$u = 2$ км/ч

$\upsilon - ?$

Решение: ~2.




Для обеспечения минимальности скорости лодки отн. течения необходимо, чтобы её вектор был перпендикулярен берегу.

Для обеспечения минимальности скорости лодки относительно берега необходимо, чтобы её вектор был сонаправлен вектору перемещения лодки отн. берега ($\vec{S}$)

Преобразование Галилея:

$\vec{\upsilon} + \vec{u} = \vec{\upsilon}_3$, где $\upsilon$ – скорость лодки отн. во[ды]
$u$ – ск. ~~…~~ течения
$\upsilon_3$ – ск. лодки отн. берега.

$$\begin{cases} L = \upsilon \cdot t \\ h = u \cdot t \end{cases}$$

$$\frac{L}{h} = \frac{\upsilon}{u}$$

$$\upsilon = \frac{L \cdot u}{h} = \frac{400 \cdot 2}{300} = 2{,}667 \text{ км/ч}.$$

Ответ: $\upsilon = 2{,}667$ км/ч

ЕВАЯ
ИМПИАДА
ОЛЬНИКОВ

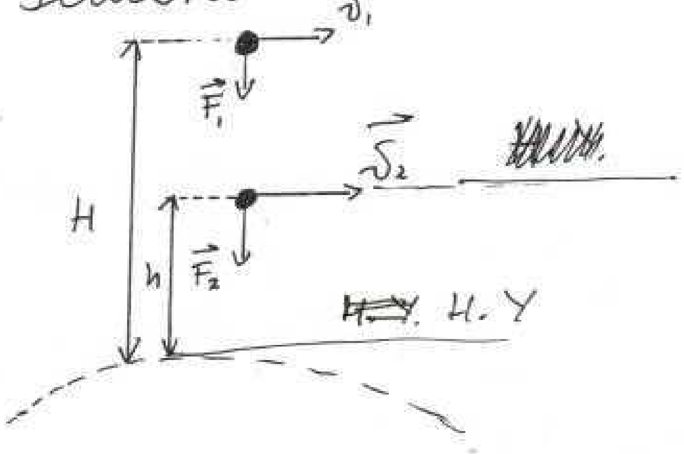
**Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!**

**ШИФР** 3 4 6 9 0 Лист 4

Задача № 3

Дано:
$m = 500$ кг
$H = 200 \cdot 10^3$ м
$h = 190 \cdot 10^3$ м
$g = 10$ м/с$^2$
$R = 6400 \cdot 10^3$ м

Решение:




По закону всемирного тяготения:

$$F_{тяг} = G\frac{mM_з}{R^2} = mg$$ 1

$$g = \frac{GM_з}{R^2}$$ 1

$$g_H = \frac{GM_з}{(R+H)^2}$$ – ускорение св. пад. на орбите на высоте

$$g_h = \frac{GM_з}{(R+h)^2}$$ – уск. св. п. на высоте h. 1

Отсюда:

$$g_H = \frac{gR^2}{(R+H)^2}$$

$$g_h = \frac{gR^2}{(R+h)^2}$$

II закон Ньютона для ~~выс~~ спутника:

$$m a_{цс} = F$$

Для высоты H: 1

$$\frac{\cancel{m}\upsilon^2}{(H+R)} = \frac{\cancel{m} g R^2}{(R+H)^2} \rightarrow \upsilon_H^2 = \frac{gR^2}{(R+H)}$$

Аналогично для высоты h:

$$v_h^2 = \frac{gR^2}{(R+h)}$$

Закон изменения механической энергии для спутника:

$$\Delta E_{мех} = -Q$$

+ $G\frac{mM}{r}$!!

$$Q = \frac{m v_H^2}{2} + mg_H H - \frac{m v_h^2}{2} - mg_h \cdot h$$

⊖

$$Q = m\left[\frac{gR^2}{2(R+H)} + \frac{gR^2 H}{(R+H)^2} - \frac{gR^2}{2(R+h)} - \frac{gR^2 h}{(R+h)^2}\right] =$$

$$= mgR^2\left[\frac{1}{2(R+H)} + \frac{H}{(R+H)^2} - \frac{1}{2(R+h)} - \frac{h}{(R+h)^2}\right] =$$

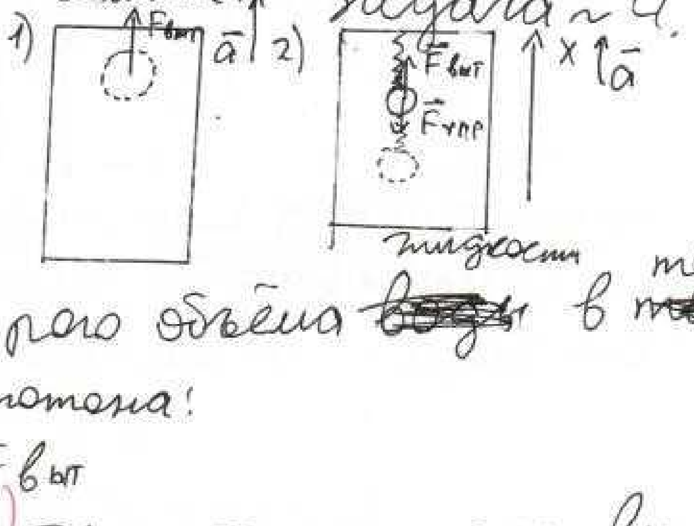
$$= 3{,}2\cdot 10^{10} \cdot 7{,}6 \cdot 10^{-8} = 24{,}32 \cdot 10^{2} \text{ Дж}.$$

Ответ: $Q = 2432$ Дж.

Задача № 4.

Дано:
$\rho, \frac{2}{3}\rho, V, k, a$
$h - ?$

Решение:




1) Для нек-рого объёма ~~воды~~ жидкости в ~~толще~~ толще жидкости:

II з-н Ньютона:

$$ma = F_{выт}$$

$\rho_ж \cdot V \cdot a \overset{+g}{=} F_{выт}$ — формула для выталкивающей силы при ускорении $a$.

ЕВАЯ
ПИАДА
ОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 34690 Лист 6

з-н Н-на для шарика:

$m\vec{a} = \vec{F}_{выт} + \vec{F}_{упр}$

Ox: $ma = F_{выт} - F_{упр}$ +

$ma = \rho V a - kh$ +

$kh = \rho V a - ma = \rho V a - \frac{2}{3}\rho V a = \frac{\rho V a}{3}$

$h = \frac{\rho V a}{3k}$. +

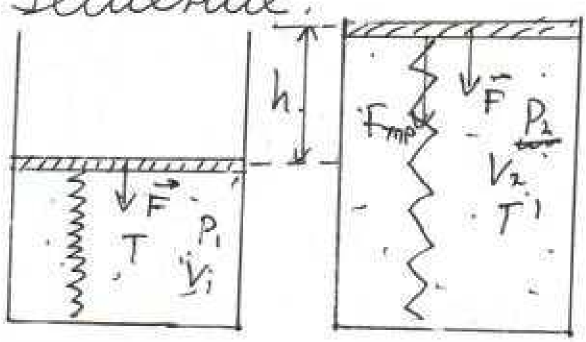
Шарик сместился в сторону вектора ускорения бака, т.к $\vec{F}_{выт} \uparrow\uparrow \vec{a}$

Ответ: $h = \frac{\rho V a}{3k}$, вверх.

№5.

Дано:
$\nu, h, 2h, T, k$
$T' - ?$

Решение:




За F обозначим постоянную внешнюю силу на поршень. ($F = mg + P_{атм} \cdot S$)

условие равновесия поршня:

$P_1 S = F$ (1)

$P_2 S = F + kx = F + kh$ (2)

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 34690 Лист 7.

...авнения Менделеева-Клапейрона:

$P_1 V_1 = \nu R T$ (3)

$P_2 V_2 = \nu R T'$ (4)

из (1) в (3) получаем:

$F \cdot h = \nu R T$ (5)

из (2) в (4) получаем:

$2h(F + kh) = \nu R T'$ (6)

из (5): $F = \frac{\nu R T}{h}$

В (6) получаем:

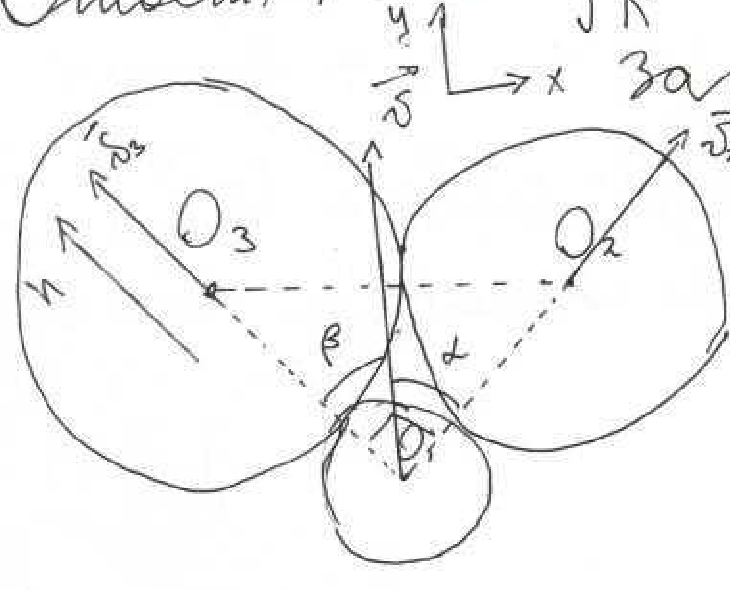
$$2h\left(\frac{\nu R T}{h} + kh\right) = \nu R T'$$

$$2\nu R T + 2kh^2 = \nu R T'$$

$$T' = \frac{2(\nu R T + kh^2)}{\nu R}$$

Ответ: $T' = \frac{2(\nu R T + kh^2)}{\nu R}$

Задача № 6




Дано:

$R, 2R, 3R, v, \alpha = arctg\frac{4}{3}$

$v_2 - ?$

$\Delta U_3 - ?$

...ЕВАЯ
...ИПИАДА
...ОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 4 6 9 0 Лист 8

$\Delta O_1 O_2 O_3$: $O_1 O_2 = 3R$; $O_1 O_3 = 4R$; $O_2 O_3 = 5R$

$$O_2 O_3^2 \overset{?}{=} O_1 O_3^2 + O_1 O_2^2$$

$$25R^2 \overset{?}{=} 16R^2 + 9R^2$$

$$25R^2 = 25R^2$$

Следовательно, $\angle O_1 = 90^\circ$. +

Вектор скорости $\vartheta_2$ направлен по нормали к поверхности, т.к. он сонаправлен с силой упругого взаимодействия $O_1$ и $O_2$.

Аналогично с вектором $\vartheta_3$

Из этого следует, что угол между $\vartheta_2$ и $\vartheta_3$ – 9...

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{4}{3}$$

$$\Updownarrow$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \operatorname{tg}^2\alpha$$

$$\Downarrow$$

$$\cos\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{4}{5}$$

$$\Downarrow$$

$$\sin\beta = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos\beta = \frac{4}{5}$$

Закон сохранения импульса:

$$\Delta \vec{p} = 0$$

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_3$$

...ЕВАЯ
...МПИАДА
...КОЛЬНИКОВ

$E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 4 6 9 0 лист 9.

Ox: $P_{2x} = P_{3x}$

$\cancel{m} v_{2x} = \cancel{m} v_{3x}$

$v_2 \sin\alpha = v_3 \sin\beta$

$v_2 \cdot \frac{3}{5} = v_3 \cdot \frac{4}{5}$

$v_3 = \frac{3}{4} v_2 \quad (*)$

Oy: $\cancel{m} v = m v_{2y} + m v_{3y}$

$v = v_2 \cdot \cos\alpha + \frac{3}{4} v_2 \cdot \cos\beta$ (из (*) следует)

$v = v_2\left(\frac{3}{5} + \frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\right) = v_2 \cdot \frac{6}{5}$

$\underline{v_2 = \frac{5}{6} v}$

1

из (*):

$v_3 = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} v = \frac{5}{8} v$

Закон изменения мех. энергии на ось n:

где второй шар

$\frac{m v_3^2}{2} - \frac{m v_n^2}{2} = -Q_3$ ?!

$Q_3 = \frac{m}{2}\left((v\cos\beta)^2 - v_3^2\right) = \frac{m}{2}\left(v^2 \cdot \frac{16}{25} - \frac{25}{64} v^2\right)$

$Q_3 = \frac{m v^2}{2} \cdot \frac{399}{1600} = \frac{m v^2 \cdot 399}{3200}$ — количество теплоты, выделившееся при ударе $Q_1$ с $Q_3$ и распределившееся между ними поровну.

$\Delta Q = \frac{m v^2 \cdot 399}{6400}$ Ответ: $v_2 = \frac{5}{6} v$; $\Delta Q = \frac{m v^2 \cdot 399}{...} = \Delta U$ =0!