ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 5 0 8

Класс 10 **Вариант** 1 **Дата Олимпиады** 03.02.2019

Площадка написания МГТУ им Баумана Н.Э.

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ 23		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	2	5	4	4	4	4	23	двадцать три	

№1 (продолжение)

2) $P = \frac{A}{t}$ (8), где $A = F_{тр} \cdot S$, где $S = \sqrt{h^2+b^2}$ (3) $\Rightarrow A = F_{тр}\sqrt{h^2+b^2}$ (4)

3) Найдем время спуска

$A = \Delta E$

[Начало на следующем листе]

$S = \frac{t^2 a}{2} = \frac{at^2}{2}$, подставим (2) и (3)

~~8КМ~~ $\sqrt{h^2+b^2} = \frac{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\cdot t^2}{2}$

$$t = \sqrt{\frac{2\sqrt{h^2+b^2}}{g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}} = \sqrt{\frac{2S}{g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}} \quad (6)$$

4) из ур-я (4) $\Rightarrow A = F_{тр}\sqrt{h^2+b^2}$, тогда подст. (5)

$A = \mu mg\cos\alpha \cdot S$ (7)

$P_{мг.} = \bar{F}\bar{v}$ $v = !$

5) Из (8) и (7), (6) $\Rightarrow$

$$P = \frac{\mu mg\cos\alpha \cdot S}{\frac{\sqrt{2S}}{\sqrt{g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}}} = \frac{\mu mg\cos\alpha\sqrt{Sg(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}}{\sqrt{2}}$$

$$m = \frac{P\sqrt{2}}{\mu g\cos\alpha\sqrt{Sg(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}}$$, где $S=\sqrt{h^2+b^2}$, $\sin\alpha = \frac{h}{b}$, $\cos\alpha = \frac{b}{h}$

$$m = \frac{P\sqrt{2}}{\mu g\frac{b}{h}\sqrt{\sqrt{h^2+b^2}\,g\left(\frac{h}{b}-\mu\frac{b}{h}\right)}} = \frac{P\sqrt{2}\cdot h}{\mu g b\sqrt{\sqrt{h^2+b^2}\,g\left(\frac{h}{b}-\mu\frac{b}{h}\right)}}$$

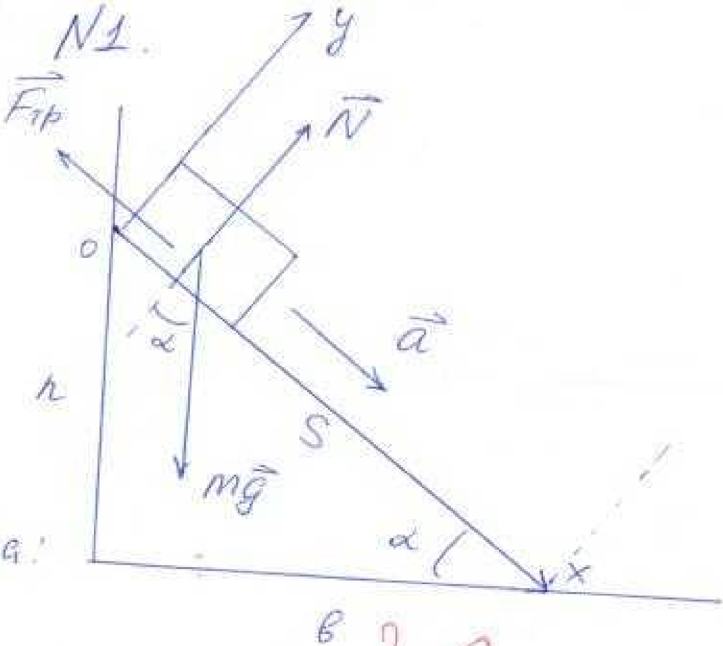
Ответ: $\frac{Ph\sqrt{2}}{\mu g b\sqrt{\sqrt{h^2+b^2}\cdot g\left(\frac{h}{b}-\mu\frac{b}{h}\right)}}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 5 0 8

N1.



Дано:

h, в, μ, p.

Найти: m.

решение:

1) т.к. $V_0 = 0$, $V_к \neq 0$, то $a \neq 0$ - ускорение бруска, тогда согл. 2-му з-ну Ньютона:

$\vec{F}_{тр} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$

oy: $N - mg\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha$ (1)

ox: $-F_{тр} + mg\sin\alpha = ma$, подст. (1):

$F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$ (5) $\Rightarrow$

$-\mu mg\cdot\cos\alpha + mg\sin\alpha = ma$

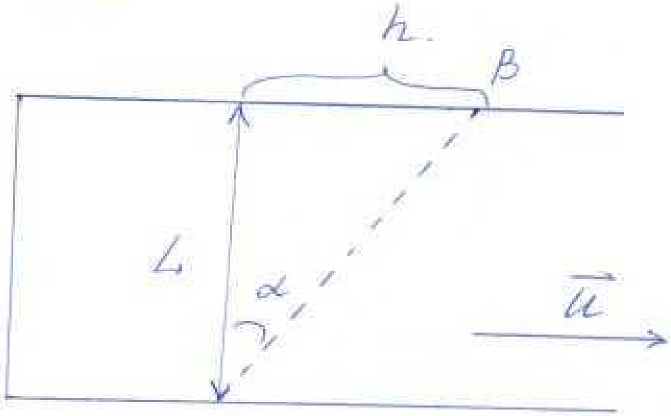
$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ (2)

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 5 | 5 | 0 | 8. |

N2.



Дано:

$L = 400$ м

$h = 300$ м

$u = 2$ км/ч $= \frac{5}{9}$ м/с

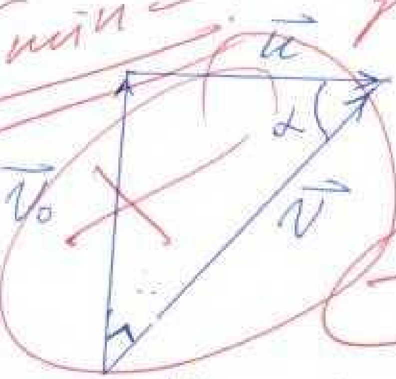
Найти: V_0

решение:

Перейдем в СО, связ. с ~~Землей~~ рекой (течением)

{ НСО - ~~река~~ - Земля
{ ПСО - ~~река Земля~~ - течение
{ тело - лодка

тогда: согласно Закону сложения скоростей:



$V_{min} = ?$ где условие

$\vec{V} = \vec{V_0} + \vec{u}$, где $\vec{V_0}$ - скорость лодки отн. реки.

$V_0 = V \cdot \cos_\alpha$ (из $\triangle$ векторов) $\Rightarrow V = \frac{V_0}{\cos_\alpha}$ (1)

По т. косинусов из треуг. векторов:

$u^2 = V_0^2 + V^2 - 2V_0 V \cdot \cos_\alpha$, подст. (1):

$u^2 = V_0^2 + \frac{V_0^2}{\cos^2_\alpha} - 2\frac{V_0^2}{\cos_\alpha} \cdot \cos_\alpha$

$u^2 = V_0^2 + \frac{V_0^2}{\cos^2_\alpha} - 2V_0^2$

$u^2 = \frac{V_0^2}{\cos^2_\alpha} - V_0^2$ $\cos_\alpha = \frac{\sqrt{u^2 - V^2}}{u}$

$u^2 = V_0^2\left(\frac{1}{\cos^2_\alpha} - 1\right) \Rightarrow u^2 = V_0^2\left(\frac{1 - \cos^2_\alpha}{\cos^2_\alpha}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow V_0^2 = \frac{u^2 \cdot \cos^2_\alpha}{1 - \cos^2_\alpha} \Rightarrow V_0 = \frac{u \cdot \cos_\alpha}{\sqrt{1 - \cos^2_\alpha}} = u \cdot \frac{\cos_\alpha}{\sin_\alpha} = u \cdot ctg_\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow V_0 = u \cdot ctg_\alpha = u\frac{L}{h} = \frac{5}{9} \cdot \frac{400}{300} = \frac{20}{27}$ (м/с), где $ctg_\alpha = \frac{L}{h}$.

Ответ: 0,74 (м/с)

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 5 0 8

~~№2~~

~~Дано:~~

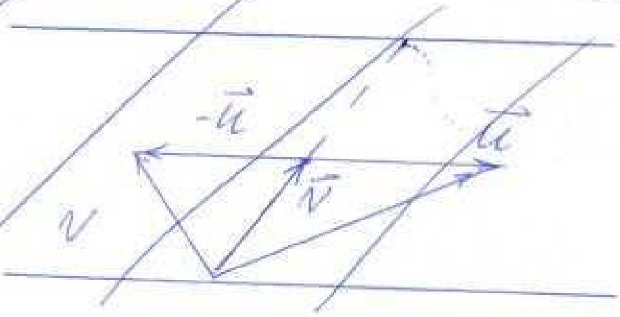
~~$l = 400$ м~~

~~$h = 300$ м~~

~~$u = 2$ км/ч $= \frac{5}{9}$ м/с~~

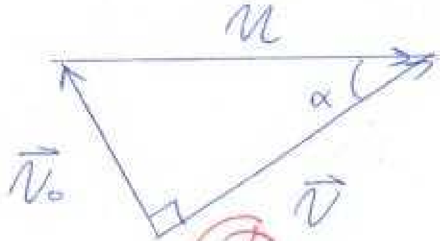
~~Найти: v_{min}~~

~~решение:~~



№2 (продолж)

$$v^2 = v_0^2 + u^2 - 2 v_0 u \cos\alpha.$$



$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{u^2 - v^2}}{u}$$

$(\vec{v_0}; \vec{v}) = 90°$, где $v_0 = \sqrt{u^2 - v^2} \Rightarrow$

$$\sin\alpha = \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}} = \frac{v_0}{u} \Rightarrow v_0 = \frac{ul}{\sqrt{l^2 + h^2}}$$

$$v_0 = \frac{2 \cdot 400}{\sqrt{400^2 + 300^2}} = 1{,}6 \text{ (км/ч)} = 0{,}44 \text{ (м/с)}$$

Ответ: 0,44 м/с.

3,5.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 5 | 5 | 0 | 8 |

№5.

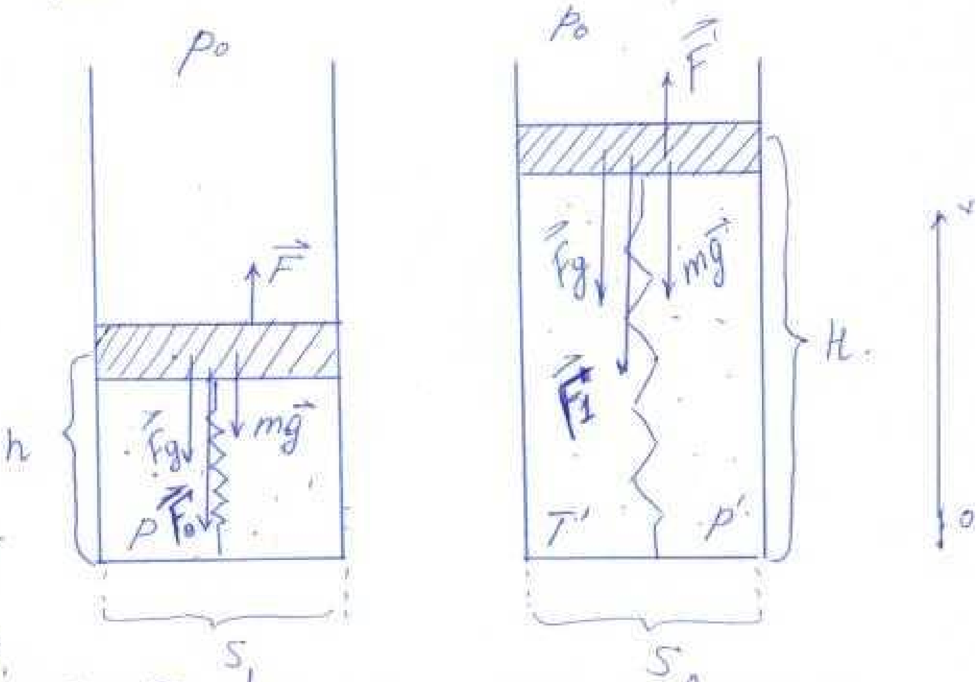
...но:
$\nu, k, T, H=2h$

Найти: T'

решение:

т.к. до нагревания до T поршень не поднимался, то

1)
Согласно з-ну Клапейрона-Менделеева:



$pV = \nu RT$, где $V = h \cdot S$.

$p = \frac{\nu RT}{V}$ [3] $\to$ $p = \frac{\nu RT}{hS}$ | p_0 - атмосф. давление.

2) Согласно з-ну 2 Ньютона: для „1" состояния:

$\vec{F_0} + \vec{F} + m\vec{g} + \vec{F_g} = 0$, где $\Leftarrow \begin{cases} F_g = p_0 S; \\ F_0 = h \cdot k; \\ F = p \cdot S. \end{cases}$

1

$ox: -F_0 + F - mg - F_g = 0 \Rightarrow$
$-hk + pS - mg - p_0 S = 0. \Rightarrow mg + p_0 S = -k \cdot h + p \cdot S. (1)$

3) Аналогично для 2 состояния:

откуда?!

$\vec{F_1} + m\vec{g} + \vec{F_g} + \vec{F'} = 0$, где $\begin{cases} F_1 = H \cdot k = 2h \cdot k. \\ F_g = p_0 S. \\ F' = p'S, \text{ где по з-ну Кл-Менделеева} \\ p' = \frac{\nu RT'}{2hS.} [2] \end{cases}$

$ox: -F_1 - mg - F_g + F' = 0$ $\Leftarrow$
$-2hk - mg - p_0 S + p'S = 0$

подставим ур-е (1):
$-2h \cdot k - (pS - hk) + p'S = 0$
$-3hk - pS + p'S = 0 \Rightarrow p'S = 3h \cdot k + pS.$

$p' = \frac{3hk}{S} + p.$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 5 0 8.

№5 (продолж.)

подставим ур-е [2] и [3]

$$\frac{\nu R T'}{2hS} = \frac{3hk}{S} + \frac{\nu R T}{hS}$$

$$\frac{\nu R T'}{2h} = 3hk + \frac{\nu R T}{h}$$

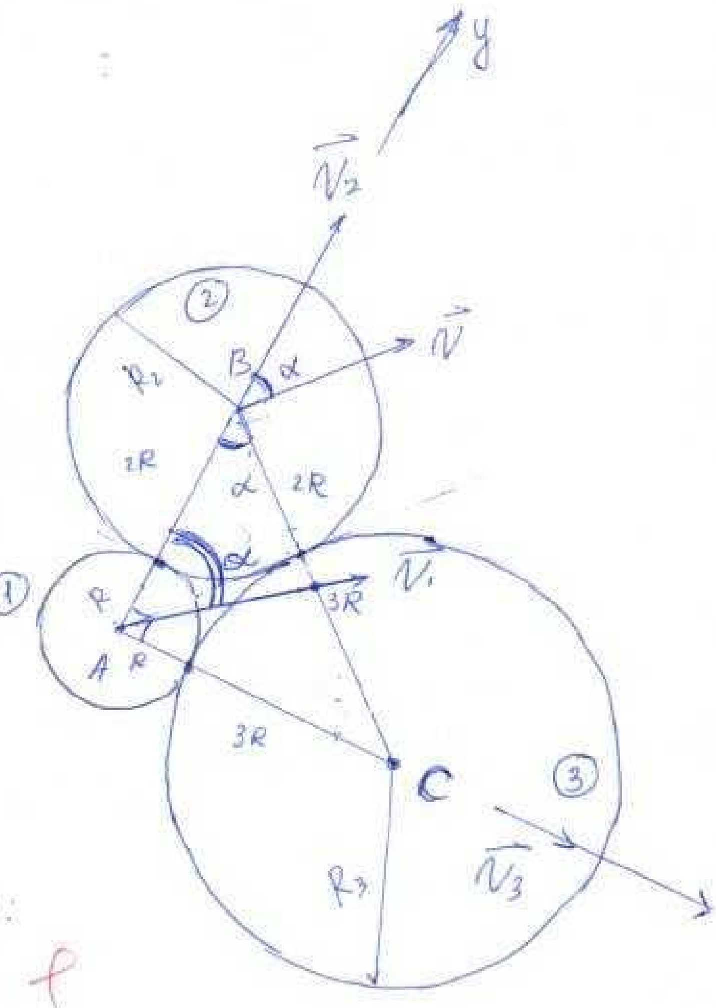
$$\nu R T' = 2h \cdot 3hk + 2 \cdot \nu R T$$

$$\nu R T' = 6h^2 k + 2\nu R T$$

$$T' = \frac{6h^2k}{\nu R} + 2T$$

Ответ: $T' = \frac{6h^2k}{\nu R} + 2T$

№6.



дано:

R; $V_{01} = V$; $V_1 = 0$

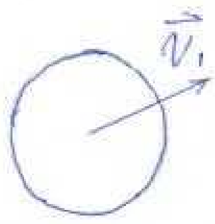
$R_2 = 2R$; $V_{02} = 0$; $m_1 = m_2 = m_3$

$R_3 = 3R$; $V_{03} = 0$

$Q = 0$

Найти: V_2; E_3

решение:



1) по т., обр. т. Пифагора в $\triangle ABC$:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$(R + 2R)^2 + (R + 3R)^2 = (2R + 3R)^2$$

$25R^2 = 25R^2$ – верно $\Rightarrow \angle CAB = 90° \Rightarrow (\vec{V_3}; \vec{V_2}) = 90°$

2) Т.к. внешние силы отсутствуют, то ~~по ЗСИ~~ импульс: (Закон. Сохр. Имп.):

$m_1 \vec{V_1} - (m_2 \vec{V_2} + m_3 \vec{V_3}) = 0$. $m_1 \vec{V_1} = m_2 \vec{V_2} + m_3 \vec{V_3}$

$m = m_1 = m_2 = m_3$ по усл.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

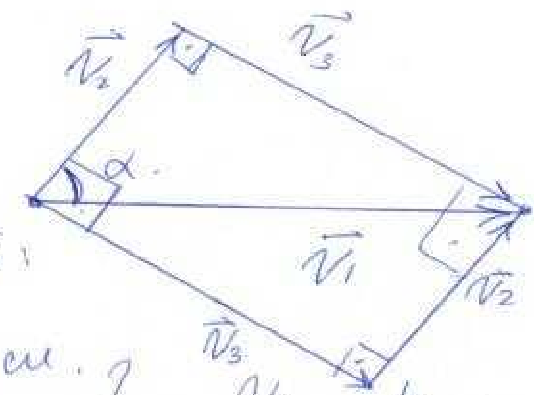
ШИФР | 3 | 5 | 5 | 0 | 8. |

N6 (продолж.).

~~oy: $mV\sin_\beta = mV_2$~~

~~$V\sin_\beta = V_2$~~

$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}_3$



из Δ векторов скоростей:

$tg_\alpha = \frac{v_3}{v_2}$, но по усл. $tg_\alpha = \frac{4}{3}$ } $\Rightarrow \frac{v_3}{v_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow$

$3v_3 = 4v_2 \Rightarrow v_3 = \frac{4}{3}v_2$ [1]

Тогда по т. Пифагора: из Δ векторов:

$v_1^2 = v_2^2 + v_3^2$, подставим [1] $\Rightarrow$ $\Delta E = 0$

$v_1^2 = v_2^2 + (\frac{4}{3}v_2)^2$

$v_1 = \frac{5}{3}v_2 \Rightarrow \boxed{v_2 = \frac{3}{5}v_1}$

3) Сог. з-ну сохр. эн: $E_0 = E_к \Rightarrow$

$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \Delta E_3$, где ΔE_3 - изм. внутр. эн. шара с R 3 $\Rightarrow$

$\Delta E_3 = \frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2) = \frac{m}{2}(v_1^2 - (\frac{3}{5}v_1)^2) \Rightarrow$

$\Delta E_3 = \frac{16}{25}v^2 \cdot \frac{m}{2} = \frac{8}{25}mv^2$

0

Ответ: $v_2 = \frac{3}{5}v$; $\Delta E_3 = \cancel{\frac{8}{25}mv^2}$

№ 3

Дано:

$m = 500$ т.

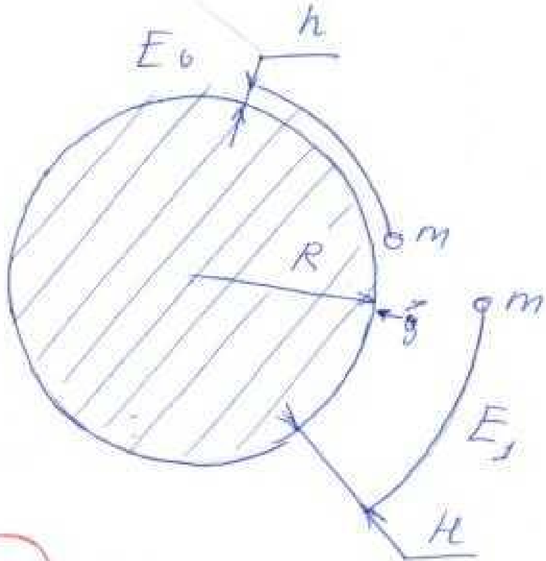
$H = 200$ км $= 2 \cdot 10^5$ м.

$h = 10$ км $= 1 \cdot 10^4$ м

$g = 10$ м/с

$R = 6400$ км $= 6{,}4 \cdot 10^6$ м

Найти: ΔQ



решение:

$\Delta Q = -E_1 + E_0$, где

$E_0 = (R+H) \cdot G\dfrac{Mm}{(R+H)^2} = G\dfrac{Mm}{(R+H)}$ +

$E_1 = (R+h)\, G\dfrac{Mm}{(R+h)^2} = G\dfrac{Mm}{(R+h)}$

$\Delta Q = -G\dfrac{Mm}{(R+H)} + G\dfrac{Mm}{(R+h} = GMm\left(-\dfrac{1}{R+H} + \dfrac{1}{R+h}\right)$, +

где $GM = gR^2 \Rightarrow$

$\Delta Q = gR^2 m \left(\dfrac{1}{R+h} - \dfrac{1}{R+H}\right) = gR^2 m\left(\dfrac{R+H-R-h}{(R+h)(R+H)}\right) =$

$= gR^2 m \dfrac{H-h}{(R+h)(R+H)}$

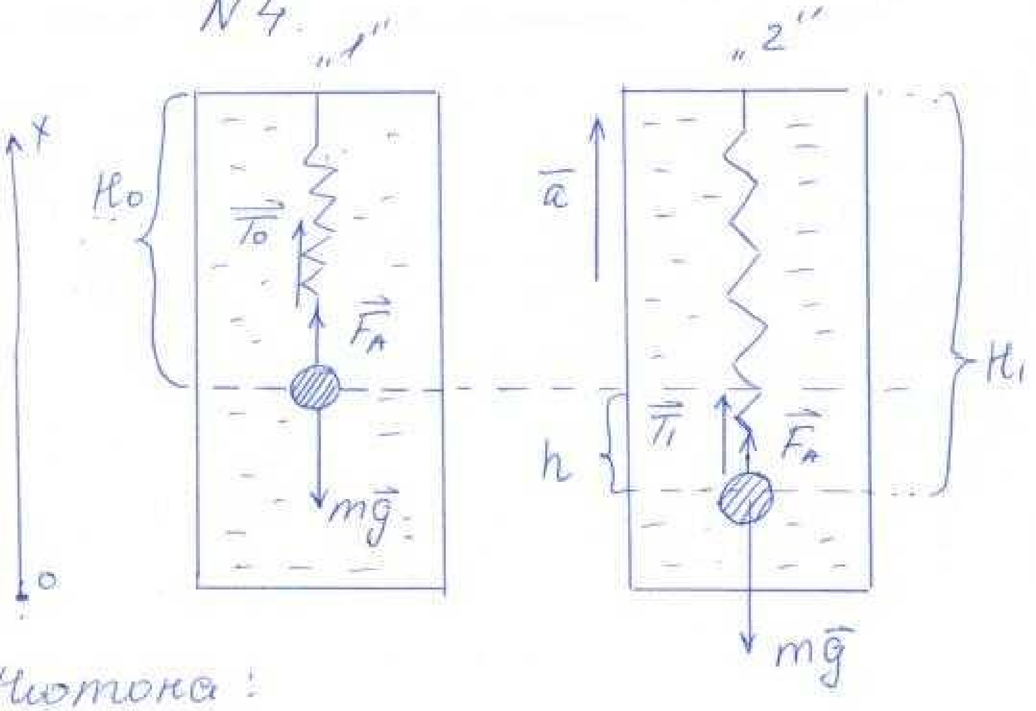
$\Delta Q = 10 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 \dfrac{200-10}{(200+6400)(6400+10)} = 143\,715$ (Дж)

Ответ: 143 715 Дж.

число!

N4.

Дано:
ρ ; V ; $\frac{2}{3}\rho = \rho_ш$
k ; a
Найти: h.
решение:



1) для "1" состояния:

согласно 2 з-ну Ньютона:

$m\vec{g} + \vec{F_A} + \vec{T_0} = 0$, где $F_A = \rho \cdot V$

$m = \rho_ш V = \frac{2}{3}\rho V$.

$T = H_0 \cdot k$

$Ox: -\frac{2}{3}\rho V g + \rho V g + k \cdot H = 0$.

$kH = \frac{1}{3}\rho g V \Rightarrow$

$H_0 = \frac{\rho g V}{3k}$

2) для "2" состояния сог. 2 з-ну Ньютона:

$m\vec{g} + \vec{F_A} + \vec{T_1} = m\vec{a}$, где $F_A = \rho V$

$m = \frac{2}{3}\rho V$

$-\frac{2}{3}\rho V g + \rho g V\ H_1 k = \frac{2}{3}\rho V a$. $T = H_1 \cdot k$.

$\frac{1}{3}\rho V g - \frac{2}{3}\rho V a + kH_1 = 0$

$H_1 = \frac{\frac{1}{3}\rho V(g - 2a)}{k} = \frac{\rho V(g-2a)}{3k}$

3) $h = H_1 - H_0 = \frac{\rho V}{3k} g - (g - 2a)\frac{\rho V}{3k} = \frac{\rho V}{3k}(g - g + 2a) = \frac{2\rho V a}{3k}$

минус

Ответ: $\frac{2\rho V a}{3k}$. Откуда?

1