ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 9 8 4 8

Класс 10 Вариант 1 Дата Олимпиады 03.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Н. Э. Баумана

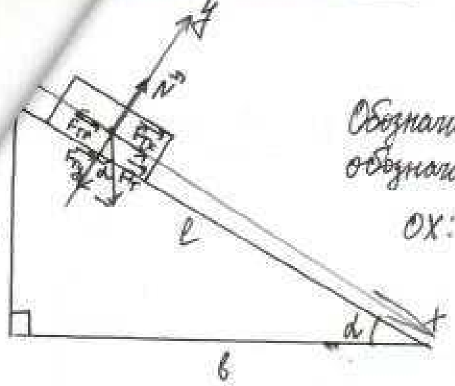
Задача	1	2	3	4	5	6	Σ 19		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	2	1	5	5	5	1	19	девятнадцать	

ТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 39848

Задача №1



Обозначим угол α. По свойству ~~уг~~ двух перпендикулярных прямых обозначаем α в схеме сил.

$OX: F_{Tx} - F_{TP} = ma$ по второму закону Ньютона

$OY: N = F_{Ty}$ по первому закону Ньютона

$F_T = m \cdot g$

$F_{Tx} = m \cdot g_x \quad g_x = g \cdot \sin\alpha$

$F_{Ty} = m \cdot g_y \quad g_y = g \cdot \cos\alpha$

$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{h}{g}\right)$

$F_{TP} = N \cdot \mu = mg_y \cdot \mu$

$mg_x - mg_y \cdot \mu = ma$

$g_x - g_y \cdot \mu = a$

$g(\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha) = a$

$P = F_{TP} \cdot v$

$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{a}t \quad v = at$

$v_0 = 0\frac{м}{с}$ (по условию)

$l = \sqrt{h^2 + b^2}$ по теореме Пифагора

$\vec{l} = \vec{v_0}t + \frac{\vec{a}}{2}t^2$

$l = \frac{a}{2}t^2 \quad t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2\sqrt{h^2+b^2}}{g(\sin\alpha - \mu\cdot\cos\alpha)}}$

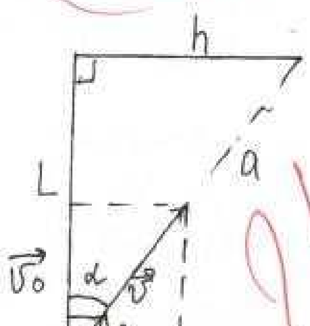
$v = a \cdot \sqrt{\frac{2l}{a}}$

уже в этом уравнении известно всё (всё было выражено через известные данные)

$P = m \cdot g \cdot \mu \cdot a \cdot t \cdot \cos\alpha \qquad m = \frac{P}{g\cdot\mu\cdot a\cdot t\cdot\cos\alpha} = \frac{P}{g^2\cdot\mu\cdot(\sin\alpha - \mu\cdot\cos\alpha)\cdot\sqrt{\frac{2\sqrt{h^2+b^2}}{g(\sin\alpha-\mu\cdot\cos\alpha)}}\cdot\cos\alpha}$

$2\frac{км}{ч} \approx 0{,}56\frac{м}{с}$

Задача №2



$a = \sqrt{h^2 + L^2}$ по теореме Пифагора

$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{h}{L}\right)$

$\alpha + \beta = 90°$, т.к. $\vec{v_0}$ и $\vec{u}$ перпендикулярны

$v^2 = v_0^2 + u^2$ по теореме Пифагора

$\beta = 90° - \operatorname{arctg}\left(\frac{h}{L}\right)$

$$\left[\begin{array}{l} v = \frac{u}{\cos\beta} = \frac{u}{\cos(90 - \operatorname{arctg}(\frac{h}{L}))} = \frac{u}{\cos(90-\alpha)} \\ v = \frac{v_0}{\cos\alpha} \end{array}\right.$$

$\Rightarrow \frac{u}{\cos(90-\alpha)} = \frac{v_0}{\cos\alpha}$

$v_0 = \frac{u\cdot\cos\alpha}{\cos(90-\alpha)} = \frac{u\cdot\cos(\operatorname{arctg}(\frac{h}{L}))}{\cos(90° - \operatorname{arctg}(\frac{h}{L}))}$

$v_0 = \frac{0{,}56\frac{м}{с}\cdot\cos(\operatorname{arctg}(\frac{300м}{400м}))}{\cos(90-\operatorname{arctg}(\frac{300м}{400м}))} = 0{,}74\frac{м}{с}$

[illegible] условия

$v = \sqrt{v_0^2 + u^2} \qquad v = \sqrt{(0{,}74\frac{м}{с})^2 + (0{,}56\frac{м}{с})^2} = 0{,}93\frac{м}{с}$

Ответ: Скорость лодки должна быть равна $v_0 = 0{,}74\frac{м}{с} \approx 2{,}7\frac{км}{ч}$

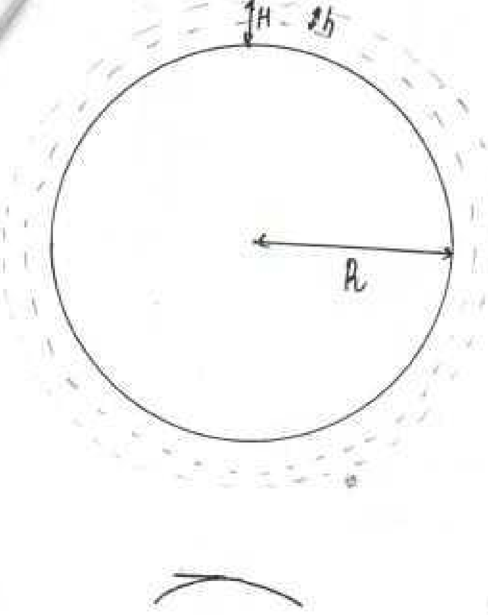
Скорость относительно воды $v = 0{,}93\frac{м}{с} \approx 3{,}33\frac{км}{ч}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 9 8 4 8

Задача №3



Запишем ЗСЭ для тела, для потенциальной энергии измерение высоты будем производить с поверхности Земли.

$E_{k0} + E_{n0} + U_0 = U + E_n + E_k$

$\Delta U = U - U_0$

$E_{k0} + E_{n0} = \Delta U + E_n + E_k$

$\Delta U = Q$

$E_{k0} + E_{n0} = E_n + E_k + Q$

$E_{ki} = \frac{m v_i^2}{2}$ $\quad E_{ni} = mgh_i$

$$\frac{m v_0^2}{2} + mgH = mg(H-h) + \frac{m v^2}{2} + Q$$

$$Q = \frac{m v_0^2}{2} - \frac{m v^2}{2} + mgH - mg(H-h) = m\left(\frac{v_0^2 - v^2}{2} + gh\right)$$

v_0 и v - скорости вращения спутника вокруг земли по орбите

$a_{ц}$ - центростремительное ускорение

$a_{ц0} = \frac{v_0^2}{R+H}$ $\quad a_ц = \frac{v^2}{R+H-h}$

~~Скорость преобразуется из сил F (ой F = ma по второму закону Ньютона)~~

Скорость возникает из-за $F_i = \frac{GmM}{R_i^2}$ ($F = ma$ по второму закону Ньютона)

$F_0 = \frac{GmM}{(R+H)^2}$ $\quad F = \frac{GmM}{(R+H-h)^2}$ $\qquad$ M - масса Земли

$m \cdot a_{ц0} = F_0$ $\qquad m \cdot a_ц = F$

$m \cdot \frac{v_0^2}{(R+H)} = \frac{GmM}{(R+H)^2}$ $\quad m \cdot \frac{v^2}{(R+H-h)} = \frac{GmM}{(R+H-h)^2}$ $\Rightarrow$ $v_0^2 = \frac{GM}{(R+H)}$, $v^2 = \frac{GM}{(R+H-h)}$ $\Rightarrow$ Можно подсчитать Q

$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{(R+H)}}$ $\quad v = \sqrt{\frac{GM}{(R+H-h)}}$

$$Q = m\left(\frac{GM}{2}\left(\frac{1}{(R+H)} + \frac{1}{(R+H-h)}\right) + gh\right) = m\left(\frac{GM}{2}\,\frac{2R+2H-h}{(R+H)(R+H-h)} + gh\right)$$

Т.к. происходит движение по окружности, $v_i = \omega_i \cdot R_i$ $\quad \omega_i = \frac{2\pi R_i}{T}$ $\quad T = 24ч = 86400с$ (1 день)

$v_0 = \frac{2\pi(R+H)}{T}$, $v = \frac{2\pi(R+H-h)}{T}$ $\Rightarrow$ $Q = m\left(\frac{4\pi^2}{2T^2} \cdot \left((R+H)^2 - (R+H-h)^2\right) + gh\right) = m\left(\frac{2\pi^2}{T^2} \cdot \left((R+H)^2 - (R+H-h)^2\right) + gh\right)$

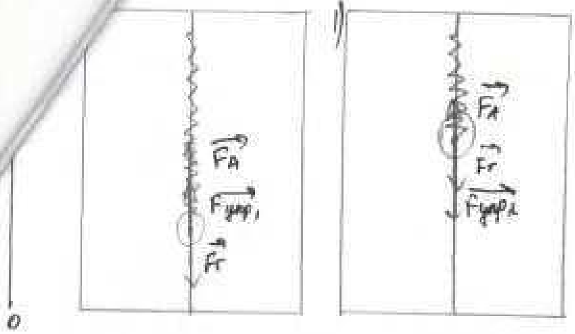
$Q = 500кг \cdot \left(\frac{2 \cdot (3{,}14)^2}{(86400с)^2} \cdot \left((6400 \cdot 10^3 м + 200 \cdot 10^3 м)^2 - (6400 \cdot 10^3 м + 200 \cdot 10^3 м - 10 \cdot 10^3 м)^2\right) + 10\frac{м}{с^2} \cdot 10^4 м\right) \approx 50200000$ Дж ≈ 50 МДж

Ответ: $Q \approx 50 \cdot 10^6$ Дж $= 50$ МДж

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 9 | 8 | 4 | 8 |



Задача №4

Oy: $F_A + F_{упр_1} - F_T = 0$ (по первому закону Ньютона)

$F_{упр_1} = kh_1$ $\quad F_T = mg = V\cdot\frac{2}{3}\rho\cdot g \quad F_A = \rho\cdot g\cdot V$

$F_{упр_1} = F_T - F_A$

$kh_1 = F_T - F_A \qquad h_1 = \frac{F_T - F_A}{k} = \frac{\frac{2}{3}\rho\cdot g\cdot V - \rho g\cdot V}{k} = \frac{-\frac{1}{3}\rho g V}{k}$

Случай ~~если шарик~~ ~~переместится~~ ~~вверх~~ (1)

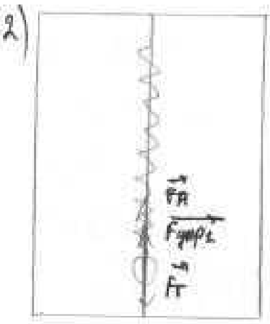
Oy: $F_A - F_T - F_{упр_2} = ma$ (по второму закону Ньютона)

$F_{упр_2} = kh_2$

$F_{упр_2} = F_A - F_T - ma$

$kh_2 = F_A - F_T - ma$

$h_2 = \frac{F_A - F_T - ma}{k} = \frac{\rho g V - \frac{2}{3}\rho g V - ma}{k} = \frac{\frac{1}{3}\rho g V - \frac{2}{3}\rho a V}{k} = \frac{\rho V(g - 2a)}{3k}$



Рассмотрим случай (2)

Oy: $F_A + F_{упр_2} - F_T = ma$

$F_{упр_2} = ma + F_T - F_A$

$kh_2 = ma + mg - \frac{3}{3}\rho g V$

$h_2 = \frac{\frac{2}{3}\rho V a + \frac{2}{3}\rho V g - \rho g V}{k} = \frac{\frac{2}{3}\rho V a - \frac{1}{3}\rho g V}{k} = \frac{\rho V(2a - g)}{3k}$

Случай 1 - неверен. Правильный - случай 2 =>

$\Rightarrow \Delta h = h_2 - h_1 = \frac{\rho V(2a-g)}{3k} - \left(-\frac{\rho g V}{3k}\right) = \frac{\rho V(2a-g) + \rho g V}{3k} = \frac{2\rho V a - \rho V g + \rho V g}{3k} = \frac{2\rho V a}{3k}$

Ответ: $\Delta h = \frac{2a\cdot\rho\cdot V}{3k}$; нам не известно, что больше a или g, но Δh точно больше 0 =>

=> шарик поднимется

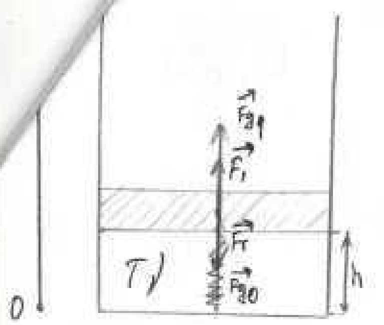
0

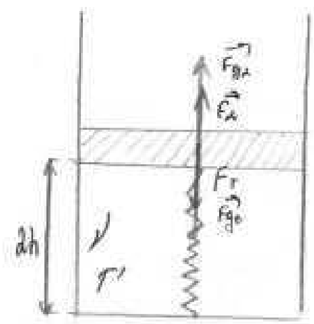
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 9 | 8 | 4 | 8 |

Задача №5





$Oy: F_{g1}+F_1-F_т-F_{g0}=0$ по первому закону Ньютона

$Oy: F_{g2}+F_2-F_т-F_{g0}=0$

$F_{g1}+F_1-F_т-F_{g0}-F_{g2}-F_2+F_т+F_{g0}=0$

$F_{g1}+F_1-F_{g2}-F_2=0$

$F_{g1}+F_1=F_{g2}+F_2$

$F_{g1}=p_1\cdot S \quad F_1=k(h-l)$ 1

$F_{g2}=p_2\cdot S \quad F_2=k(2h-l)$

$p_1\cdot S+k(h-l)=p_2\cdot S+(2h-l)\cdot k$

По уравнению Менделеева-Клапейрона

$p_i\cdot V_i=\nu_i\cdot R\cdot T_i$ 2

$p_1\cdot S+kh-kl=p_2\cdot S+2kh-kl$ 1

$p_1\cdot S+kh=p_2\cdot S+2kh \quad |\cdot h$ 1

$p_1\cdot V_1+kh^2=p_2\cdot V_1+2kh^2$

$p_1\cdot V_1=\nu RT$

$p_2\cdot V_2=\nu RT'$

$\frac{V_1}{V_2}=\frac{S\cdot h}{S\cdot 2h}=\frac{1}{2} \Rightarrow V_2=2V_1 \Rightarrow V_1=\frac{V_2}{2}$

$p_1\cdot V_1+kh^2=p_2\cdot V_2\cdot\frac{1}{2}+2kh^2$

$\nu RT+kh^2=\nu RT'\cdot\frac{1}{2}+2kh^2$

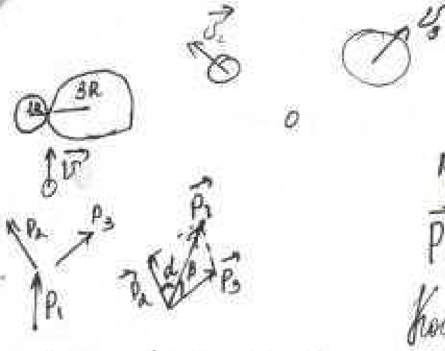
$\frac{2(\nu RT-kh^2)}{\nu R}=T'$

Ответ: $T'=\frac{2(\nu RT-kh^2)}{\nu R}=\frac{2\nu RT}{\nu R}+\frac{2kh^2}{\nu R}=2T+\frac{2kh^2}{\nu R}$. $T'=2T+\frac{2kh^2}{\nu R}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 9 | 8 | 4 | 8 |



Задача № 6

Т.к. импульс и скорость сонаправлены, то можно произвести следующие построения.

$\vec{p_1} = \vec{p_2} + \vec{p_3}$

Коснувшись обоих шаров налетевший мог, только ударившись о место соприкосновения покоившихся шаров. => удар происходит по касательной с обоими шариками.

Запишем ЗСЭ для третьего шарика.

$\cancel{E_{k_1}^1 + U_0 = U + E_{k_3}}$

$\cancel{\Delta U = E_1^1 - E_3}$, ~~где~~ $\cancel{E_{k_1} = \frac{mv^2}{2}}$, $\cancel{E_{k_3} = \frac{mv_3^2}{2}}$, $\cancel{E_{k_1}^1 = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv^2}{2}}$

$\cancel{\Delta U = \frac{m}{2}(v^2 - v_3^2)}$

$\cancel{\Delta U = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}}$, ~~но~~ $\cancel{\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_3^2}{2} \Rightarrow \Delta U = 0}$

ΔU для третьего шарика будет равно Q $(\Delta U = Q)$.

Запишем ЗСЭ для всех шариков

$E_{k_1} = E_{k_2} + E_{k_3}$

$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2} + 3Q$