ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

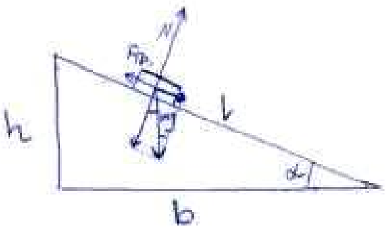
ШИФР 4 0 0 8 3

Класс 10 **Вариант** 2 **Дата Олимпиады** 3.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ 25 Цифрой	Прописью	Подпись
Оценка	5	5	0	5	5	5	25	двадцать пять	

№1 Дано:
m; h; b; μ
$N_{тр}$ - ?



Составляющая силы тяжести, перпендикулярная наклонной плоскости, равна $mg\cdot\cos\alpha$ и уравновешивается силой реакции этой плоскости: $N=mg\cos\alpha$. Вдоль плоскости действуют другая составляющая силы тяжести, равная $mg\cdot\sin\alpha$ и сила трения $F_{тр}=\mu N=\mu mg\cos\alpha$. Равнодействующая равна $mg\sin\alpha-\mu mg\cos\alpha$ и направлена вдоль наклонной плоскости вниз. Она сообщает бруску ускорение $a=\frac{mg\sin\alpha-\mu mg\cos\alpha}{m}=g(\sin\alpha-\mu\cdot\cos\alpha)$. Брусок движется равноускорено и без начальной скорости. Пусть l - длина поверхности наклонной плоскости. Тогда v_k - скорость бруска при въезде на горизонтальный участок, можно выразить через l и a:

$$l=\frac{at^2}{2}=\frac{v_k^2}{2a} \Rightarrow v_k=\sqrt{2al}.$$

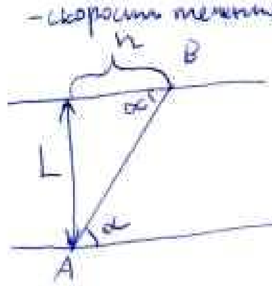
По т. Пифагора $l=\sqrt{h^2+b^2}$. Тогда $\sin\alpha=\frac{h}{\sqrt{h^2+b^2}}$; $\cos\alpha=\frac{b}{\sqrt{h^2+b^2}}$.

$$v_k=\sqrt{2al}=\sqrt{2\cdot g\left(\frac{h}{\sqrt{h^2+b^2}}-\mu\frac{b}{\sqrt{h^2+b^2}}\right)\cdot\sqrt{h^2+b^2}}=\sqrt{2g(h-\mu b)}$$

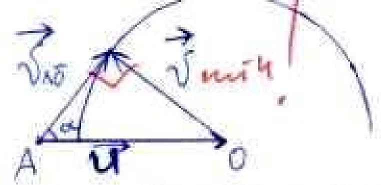
Мощность силы трения $N_{тр}=F_{тр}\cdot v_k=\cancel{\mu mg\sqrt{2g(h-\mu b)}}$
$=\mu mg\sqrt{2g(h-\mu b)}$

Ответ: $N_{тр}=\mu mg\sqrt{2g(h-\mu b)}$

№2 Дано: $h=600$ м;
$v=0{,}8$ км/ч - мин скорость лодки
$u=1\frac{км}{ч}$ - скорость течения
L - ?



Вектор скорости лодки относительно берегов складывается из вектора скорости лодки относительно течения и вектора скорости течения:



ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 0 | 0 | 8 | 3 |

На моем рисунке U - вектор скорости течения, он направлен всегда параллельно берегу влево. В зависимости от направления, которое выберет лодочник, вектор скорости может быть направлен вдоль одного из радиусов полуокружности с $R = |\vec{v}|$. Вектор скорости лодки относительно берегов $\vec{v}_{лб} = \vec{v} + \vec{u}$ это сумма двух векторов. Он исходит из т.А и заканчивается на той точке полуокружности, куда приходит вектор скорости лодки относительно течения $\vec{v}$. $\vec{v}$ - минимальная скорость, необходимая для попадания в точку В, поэтому имеет место крайний случай - $\vec{v}_{лб}$ направлен по касательной к окружности, угол между $\vec{v}_{лб}$ и $\vec{v}$ равен 90°. Тогда $|\vec{v}_{лб}| = \sqrt{|u|^2 - |v|^2} = 0,6\ \frac{км}{ч}$

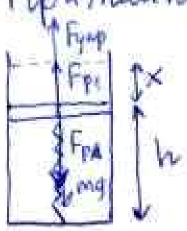
$$tg\alpha = \frac{|\vec{v}|}{|\vec{v}_{лб}|} = \frac{0,8\ \frac{км}{ч}}{0,6\ \frac{км}{ч}} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{L}{h} = tg\alpha \Rightarrow L = h \cdot tg\alpha = 600\ м \cdot \frac{4}{3} = 800\ м$$

Ответ: $L = 800$ м

№5 Дано:
$h; \nu; k; T$
$h_2 = \frac{h}{2}$
$T' - ?$

При температуре T:



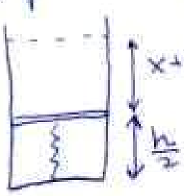
p_A - атм. давление, p_1 - давление газа
x - смещение поршня относительно точки, где пружина не сжата.
Поршень покоится:

$F_{упр} = kx$; $F_{p1} = p_1 S$; $F_{pA} = p_A S$;

$kx + p_1 S = p_A S + mg$

ур-е Менделеева-Клапейрона $p_1 \cdot hS = RT\nu$

при температуре T':



$F_{упр} = k(x + \frac{h}{2})$; давление газа p_2

$p_2 S + k(x + \frac{h}{2}) = p_0 S + mg$

$p_2 \frac{h}{2} S = RT'\nu \Rightarrow p_2 hS = 2RT'\nu$

$p_2 S + k(\cancel{x} + \frac{h}{2}) = p_0 S + mg = \cancel{kx} + p_1 S$

$p_2 S + \frac{kh}{2} = p_1 S \Rightarrow p_1 = p_2 + \frac{kh}{2S}$

$(p_2 + \frac{kh}{2S}) \cdot hS = RT\nu \Rightarrow p_2 hS + \frac{kh^2}{2} = RT\nu$

$2RT'\nu + \frac{kh^2}{2} = RT\nu \Rightarrow 2RT'\nu = RT\nu - \frac{kh^2}{2} \Rightarrow T' = \frac{RT\nu - \frac{kh^2}{2}}{2R\nu} = \frac{T}{2} - \frac{kh^2}{4R\nu}$

Ответ: $T' = \frac{T}{2} - \frac{kh^2}{4R\nu}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 0 0 8 3

Дано:

ρ - плотность жидкости

$\frac{1}{3}\rho$ - плотность шарика

$V;\ k;\ a$

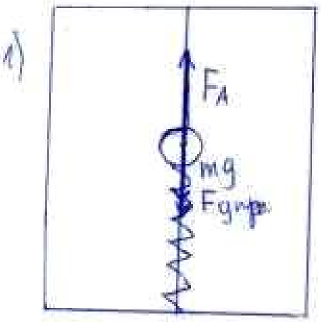
$h - ?$

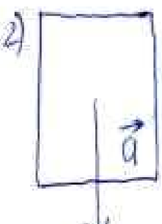
1) равновесие при отсутствии ускорения:

$F_A = mg + F_{упр}$

$g\cdot\rho V = \frac{1}{3}\rho\cdot gV + kx_1 \Rightarrow x_1 = \frac{2\rho g V}{3k}$

x_1 - смещение относительно места, где пружина не растянута.

1) 

2) 

2) Если бак движется с ускорением a вниз, то и вес шарика, и вес вытесненной им жидкости уменьшаются. При этом движение с ускорением a вниз равносильно тому что тело находится в поле сил тяжести, где ускорение свободного падения равно $(g-a)$

Таким образом $x_2 = \frac{2\rho(g-a)V}{3k}$

$h = \Delta x = \frac{2\rho(g-a)V}{3k} - \frac{2\rho g V}{3k} = -\frac{2a\rho V}{3k}$. Знак - показывает, что шарик сместится вниз

Ответ: шарик сместится вниз на $h = \frac{2a\rho V}{3k}$

№6

$0{,}5R;\ v$

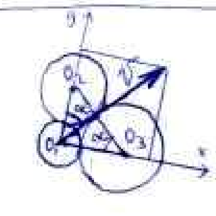
R

$1{,}5R$

$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{3}{4}$

$v_2 - ?$

$\Delta U_{вн\ 1{,}5R} - ?$



пусть O_1; O_2 и O_3 - точки, где находятся центры шаров в момент столкновения.

$O_1O_2 = 0{,}5R + R = 1{,}5R$; $O_1O_3 = 0{,}5R + 1{,}5R = 2R$

$O_2O_3 = R + 1{,}5R = 2{,}5R$. $O_2O_3^2 = O_1O_3^2 + O_1O_2^2 \Rightarrow$

$\Delta O_1O_2O_3$ - прямоугольный, $\angle O_1 = 90°$

Вектор $\vec{v}$ скорости первого шара можно разложить на составляющие v_x и v_y, каждая из которых будет лежать на линиях, соединяющих центры шаров O_1O_3 и O_1O_2 соответственно. Шарик останавливается, а значит полностью передает составляющую импульса p_x шарику с $1{,}5R$, а p_y - шарику с R.

$m_1 = m_2 = m_3 \Rightarrow v_3 = v_x$; $v_2 = v_y$. $\operatorname{tg}(\angle O_1O_3O_2) = \frac{1{,}5R}{2R} = \frac{3}{4} \Rightarrow \angle O_1O_3O_2 = \alpha = \operatorname{arctg}\frac{3}{4}$

Значит вектор $\vec{v}$ перпендикулярен O_2O_3, значит его проекции на оси Ox и Oy равны $\frac{3}{5}v$ и $\frac{4}{5}v$. (т.к. $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \operatorname{tg}^2\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{9}{16}}} = \frac{4}{5}$; $\sin\alpha = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$)

Скорости 2го и 3го шаров равны $\frac{4}{5}v$ и $\frac{3}{5}v$, 1го - 0.

Это соответствует закону сохранения импульса: $m\vec{v} = m\vec{v}_2 + m\vec{v}_3$

По закону сохранения энергии $K_1 = K_2 + K_3 + \Delta Q \Rightarrow \Delta Q = K_1 - K_2 - K_3 = \frac{mv^2}{2} - \frac{m(\frac{4}{5}v)^2}{2} - \frac{m(\frac{3}{5}v)^2}{2} = 0$

Теплота не выделяется, значит столкновение является

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 0 0 8 3

...лютно упруги. Значит внутренняя энергия всех шариков (в т.ч. шарика радиусом 1,5R) не изменяется

Ответ: $v_2 = \frac{4}{5}v$; $\Delta U_{вн.1,5R} = 0$

Р