ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

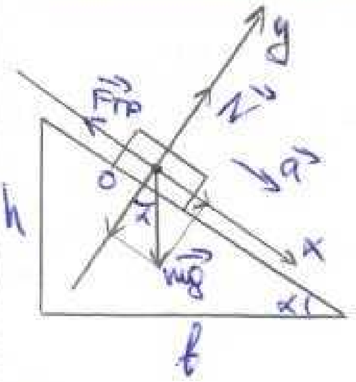
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 3 2 7 7

Класс 10 Вариант 1 Дата Олимпиады 3.02.2019 г.

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ 30		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	5	5	30	тридцать	



Дано:
$h, b, P_{тр}, \mu$

$m = ?$

№1 Вариант 1.

Запишем второй закон Ньютона:
$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$, на оси x и y.

$\begin{cases} y: mg\cdot\cos\alpha = N \\ x: mg\sin\alpha - \mu N = ma \end{cases}$, Тогда:

$mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma$,

$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$. Пусть l - длина склона, тогда $l = \sqrt{h^2+b^2}$. Запишем ЗСЭ:

$mgh = \frac{mv^2}{2} + F_{тр}\cdot l$, 1

$mgh = \frac{mv^2}{2} + P\cdot\Delta t$, т.к. $P_{ср} = \frac{A_{тр}}{\Delta t} = \frac{F_{тр}\cdot l}{\Delta t}$?? $P_{мгн} = Fv$ Время найдем из уравнения движения по Ox: $l = \frac{a\Delta t^2}{2} \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2l}{a}}$, откуда т...

$l = \frac{v^2}{2a}$, $\Rightarrow v^2 = 2a\cdot l = 2gl(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$. ~~Тогда подставим в ЗСЭ и получим:~~

$\begin{cases} \sin\alpha = \frac{h}{l}, \\ \cos\alpha = \frac{b}{l} \end{cases}$

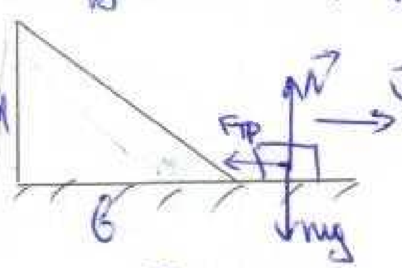
$2mgh = m2gl(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) + 2P\sqrt{\frac{2l}{a}}$,

$2mg(h - l\cdot\sin\alpha + l\mu\cos\alpha) = 2P\sqrt{\frac{2l}{g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}}$,

$mg(h - l\cdot\frac{h}{l} + l\mu\cdot\frac{b}{l}) = P\sqrt{\frac{2l}{g(\frac{h}{l}-\frac{\mu b}{l})}}$

$= \frac{dA_{тр}}{dt} = \frac{d(F_{тр} \cdot l)}{dt} = F_{тр} \cdot \frac{dl}{dt} = F_{тр} \cdot \vartheta = \mu mg \cos\alpha \cdot \vartheta$, Так как после

въезда на горизонтальный участок $\cos\alpha = 1$, то



$P = \mu mg \cdot \vartheta$, тогда: $m = \frac{P}{\mu g \vartheta}$

$\vartheta = \sqrt{2gl(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$, Тогда:

$$m = \frac{P}{\mu g \sqrt{2gl(\frac{h}{l} - \frac{\mu \cdot в}{l})}} = \frac{P}{\mu g \sqrt{2g(h - \mu в)}}.$$

Ответ: $m = \frac{P}{\mu g \sqrt{2g(h-\mu в)}}$.

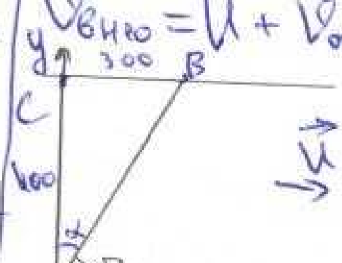
№2.

Дано:
$L = 400$ м
$h = 300$ м
$U = 2$ км/ч

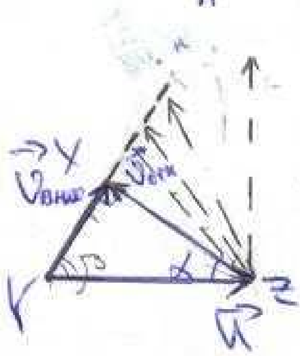
$\vartheta_{отн}$ - ?

Решение:

$\vec{\vartheta}_{бнсо} = \vec{U} + \vec{\vartheta}_{отн}$



У катера изначально есть горизонтальная составляющая скорости относительно берега, т.е. в НСО. И направление скорости относительно берега ($\vec{\vartheta}_{бнсо}$) однозначно определено, зная, мы получаем векторный треугольник, в котором задан $\vec{U}$, и $\beta = (\vec{U} \wedge \vec{\vartheta}_{отн})$, причем $\vec{\vartheta}_{бнсо} = \vec{U} + \vec{\vartheta}_{отн}$, мы имеем бесконечно много направлений $\vec{\vartheta}_{отн}$, но т.к. нам нужно наименьшее, то $\vec{\vartheta}_{отн} \perp \vec{\vartheta}_{бнсо}$, тогда $\angle XYZ = \beta$, $\angle XZY = 90° - \beta = \alpha = \angle BAC$



$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{h^2 + L^2} = 500$ м

Тогда $\cos\alpha = \frac{L}{AB} = \frac{4}{5}$.

Тогда $\cos\alpha = \frac{\vartheta_{отн}}{U}$ и из треугольника расстояний $\cos\alpha = \frac{4}{5}$, т.е.

$\frac{\vartheta_{отн}}{U} = \frac{4}{5} \Rightarrow \vartheta_{отн} = \frac{4U}{5} = \frac{4 \cdot 2 км/ч}{5} = \frac{8}{5} = 1{,}6$ км/ч.

Ответ: 1,6 км/ч.

Использовать только эту сторону листа,

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 3 2 7 7

№3

Дано:
$m = 500$ кг
$H = 200$ км
$h = 10$ км
$g = 10$ м/с²
$R_з = 6400$ км

$Q - ?$

Решение:

$Q_{пол} = \Delta W = (W_2 - W_1)$

$W_1 = -\dfrac{G \cdot M \cdot m}{R+H}$

$W_2 = -\dfrac{G \cdot M \cdot m}{R+H-h}$, $\Rightarrow$ $Q_{пол} = G \cdot M \cdot m\left(-\dfrac{1}{R+H-h} + \dfrac{1}{R+H}\right)$,

$Q_{пол} = g \cdot R_з^2 \cdot m\left(\dfrac{1}{R+H} - \dfrac{1}{R+H-h}\right) =$
$= g \cdot R_з^2 \cdot m\left(\dfrac{R+H-h-R-H}{(R+H)(R+H-h)}\right)$.

$F_т = mg$
$F_т = G\dfrac{Mm}{R_з^2}$, $\Rightarrow \boxed{gR_з^2 = GM}$

$Q_{пол} = -\dfrac{g R_з^2 \cdot m \cdot h}{(R+H)(R+H-h)}$, т.к. $Q_{пол} = -Q_{выд}$, то

$Q_{выд} = \dfrac{g \cdot R_з^2 \cdot m \cdot h}{(R+H)(R+H-h)} \approx 47{,}1$ МДж.

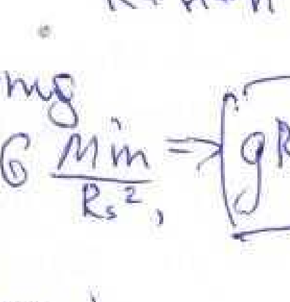
Ответ: ≈ 47 МДж

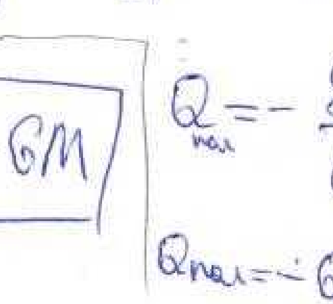
№4

Дано:
$\rho, V, \frac{2}{3}\rho, k, a$

$\Delta h = ?$

Решение:

1) 

2) 

Напишем 2ой закон Ньютона для двух моментов времени

Первый случай (нач. момент до движения): $\vec{F_a} + m\vec{g} + \vec{T_1} = 0$,

Второй случай (движение с $\vec{a}$): $\vec{F_a} + m\vec{g} + \vec{T_2} = m\vec{a}$. На Oy:

$$\begin{cases} k\Delta x_1 = F_a - mg = \rho g V - \frac{2}{3}\rho g V = \frac{1}{3}\rho g V \\ ma = F_a - mg - k\Delta x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k\Delta x_1 = \frac{1}{3}\rho g V \\ ma = k\Delta x_1 - k\Delta x_2 \end{cases}$$

$\Delta h = \Delta x_2 - \Delta x_1$,
$-\Delta h = \Delta x_1 - \Delta x_2$

$\Delta x_1 = l + h_1$, $\Delta x_2 = l + h_2$. Тогда: $ma = k(l + h_1 - l - h_2) = k\Delta h$

$m = \rho_т V = \frac{2}{3}\rho \cdot V$; $-\Delta h = \dfrac{ma}{k} = \dfrac{2\rho \cdot V \cdot a}{3 \cdot k}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 3 2 7 7

$\Delta h = \Delta x_2 - \Delta x_1 \Rightarrow -\Delta h = \Delta x_1 - \Delta x_2$.

И получим, что $-\Delta h = \frac{2 \cdot \rho \cdot V \cdot a}{3k}$, значит

$\Delta h = -\frac{2\rho V a}{3k}$, т.е. т.к. $\Delta h < 0$, то шарик сместился вниз на величину $|\Delta h| = \frac{2\rho V a}{3k}$

Ответ: вниз, $|\Delta h| = \frac{2 \cdot \rho \cdot V \cdot a}{3K}$.

1

№5.

Дано:

$h, \nu, K, T, 2h$

$T_1 - ?$

Решение:

Так как до пол-ры T поршень покоится, то при нём $p_{атм} = p_{газа}$, и пружина не растянута.

Тогда: 1) $p_a = p_г$, $p_a S h = \nu R T$, S - площадь сечения

Нагрев: 2) $K \cdot h = F_{упр}$, т.к. $\Delta h = 0 + h$. Запишем второй з. Ньютона:

$Kh + p_a S = p_1 S$, (1) Уравнение состояния идеального газа для двух моментов

$$\begin{cases} p_a \cdot S \cdot h = \nu R T, \\ p_1 \cdot S \cdot 2h = \nu R T_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{p_a}{2p_1} = \frac{T}{T_1}; \boxed{p_1 = \frac{p_a T_1}{2T}}, \quad S = \frac{\nu R T}{p_a \cdot h},$$

подставим в (1), получим: $Kh + p_a \cdot S = \frac{p_a \cdot T_1}{2T} \cdot S$,

$2T(Kh + p_a \cdot S) = p_a \cdot T_1 \cdot S$, откуда:

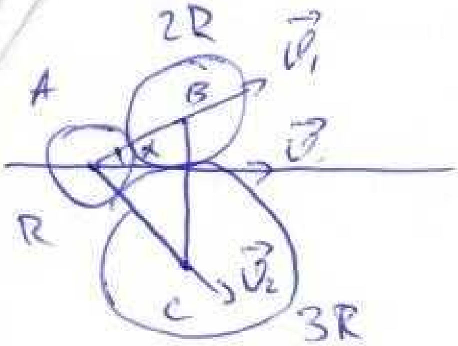
$$T_1 = \frac{2T(Kh + p_a S)}{p_a \cdot S} = \frac{2T \cdot K \cdot h}{p_a \cdot S} + 2T = 2T + \frac{2T \cdot K \cdot h}{p_a \cdot \frac{\nu R T}{p_a \cdot h}}$$

$$T_1 = 2T\left(1 + \frac{Kh^2}{\nu R T}\right) = 2T + \frac{2K \cdot h^2}{\nu R}.$$

f

Ответ: $T_1 = 2T + \frac{2Kh^2}{\nu R}$.

№6



$\alpha = arctg\,\frac{4}{3}$, v, R, $2R$, $3R$.

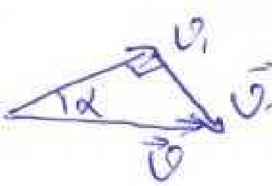
$v_2 - ?$, $\Delta E_{вн} = ?$

$$\begin{cases} ЗСИ: m\vec{v} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2, \\ ЗСЭ: \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + Q. \end{cases}$$

$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ Заметим, что $AB = 3R$, $AC = 4R$

$(3R)^2 + (4R)^2 = (5R)^2$, значит ΔABC – прямоугольный. $BC = 5R$.

Значит $(\vec{v}_1 \hat{\ } \vec{v}_2) = 90°$. Тогда.



, Отсюда: $\cos\alpha = \frac{v_1}{v}$; $v_1 = v \cdot \cos\alpha = \frac{3}{5} v$ - скорость 2R

$\sin\alpha = \frac{v_2}{v}$; $v_2 = v \cdot \sin\alpha = \frac{4}{5} v$ - скорость 3R

ЗСЭ:

$\frac{m}{2}(v^2 - v_1^2 - v_2^2) = Q$,

$Q = \frac{m}{2} \cdot (v^2 - \frac{9}{25}v^2 - \frac{16}{25}v^2) = 0$. $Q = 0$ - удар был абсолютно упругим, теплоне выделилось, значит внутренняя энергия шаров не изменилась. $\Delta E_{вн} = 0$ Дж.

Ответ: $v_2 = \frac{3}{5} v$, $\Delta E_{вн} = 0$ Дж.