ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 0 3 7

Класс 10 Вариант 1 Дата Олимпиады 03.02.19

Площадка написания г. Москва, МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ 28		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	4	4	28	Двадцать восемь	

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

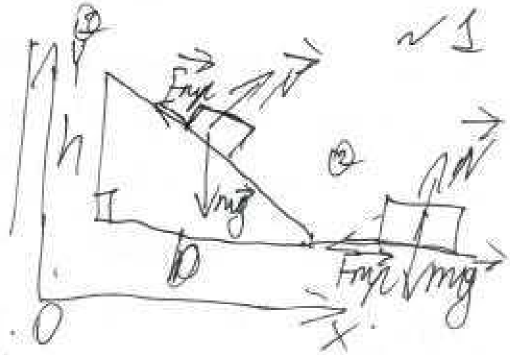
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 44037

№1 лист 1

Дано: b, h, P, μ

m - ?



1) Запишем ЗС-Э до того момента, пока брусок перешёл на гориз. поверхн.:

$mgh = A_{тр} = \frac{mV^2}{2}$.

Из динамики: $F_{тр} = \mu N$

на OY: $N = mg\cos\alpha$

~~на OX~~ $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$

$A_{тр} = F_{тр} \cdot S$;

$S = \sqrt{h^2+b^2}$

$\cos\alpha = \frac{b}{\sqrt{h^2+b^2}}$ → из рисунка

$\Rightarrow mgh - \mu mgb = \frac{mV^2}{2} \Rightarrow V = \sqrt{2(gh - \mu gb)}$

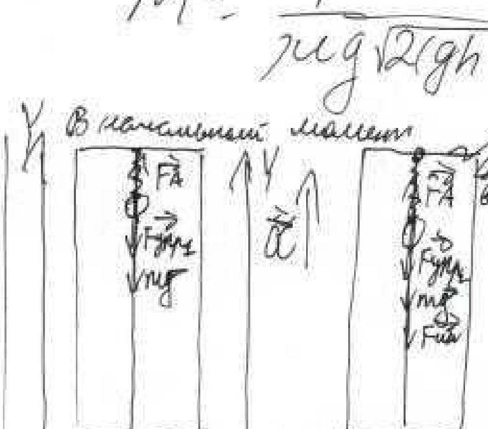
2) На гориз участке у нас действует сила трения $F_{тр}' = \mu ...$ $N' = mg$ (на OY). $\boxed{P} = F_{тр}' \cdot V$ → в начальный момент. P - мощность силы трения =>

$P = \mu mgV \Rightarrow m = \frac{P}{\mu gV} = \frac{P}{\mu g\sqrt{2(gh-\mu gb)}} = m$

Ответ: $m = \frac{P}{\mu g\sqrt{2(gh-\mu gb)}}$

Дано: ρ, $\frac{2}{3}\rho$, V, k, a

h - ? куда



1) В первом случае у нас действуют только три силы: Сила Архимеда, Сила тяжести и сила упругости.

F_A(архимеда) $= \rho gV$, где ρ ...

$F_т = mg$, где $m = \frac{2}{3}\rho V$

$F_{упр1} = k\Delta x_1$, где $\Delta x_1 = l_0 - x_1$, l_0 - длина пружины в недеформ. состоянии, x_1 - новое положен.

По OY: $F_A = F_{упр1} + mg$.

(1) $\rho gV = k(l_0 - x_1) + \frac{2}{3}\rho V g$.

2) Далее бак начинает движение вверх, причём на шарик начинают действовать сила ...

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 0 3 7

лист 2

№4 продолж.

которая противоположна по направлению $\vec{a}$, $|F_{ин}| = |ma|$

Тем самым сила упругости тоже меняется, причём пружина удлинилась вниз ⇒

На OY: $F_A = F_{упр1} + F_{ин} + mg$

$$(2)\ \rho g V = k(l_0 - x_2) + \frac{2}{3}\rho V g + \frac{2}{3}\rho V a$$

$F_{упр2} = k\Delta x_2$, где $\Delta x_2 = l_0 - x_2$.

3) (1) и (2) ⇒ $k(l_0 - x_1) = \frac{1}{3}\rho g V \overset{(2)}{\Rightarrow} k(l_0 - x_1) = \frac{2}{3}\rho V a + k(l_0 - x_2)$

$k(x_2 - x_1) = \frac{2}{3}\rho V a$, $(x_2 - x_1) = h$ ⇒ $h = \frac{2}{3}\frac{\rho V a}{k}$

Ответ: Шарик сместился вниз, $h = \frac{2}{3}\frac{\rho V a}{k}$

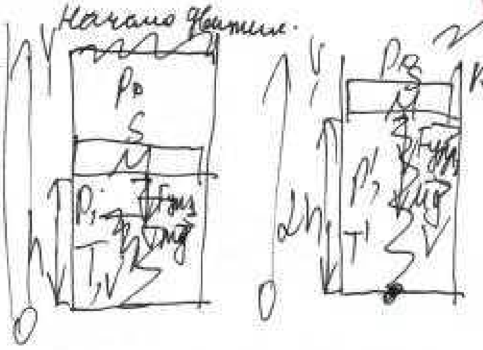
1

$\Delta h =$

№5

Дано: h, k, M, T, $2h$

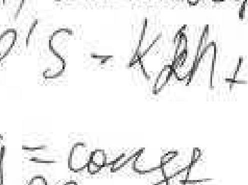
$T' - ?$



1) Заметим, что при T поршень может двигаться по оси OY! т.е. $p_0S + pS = kh + Mg$

При T' изменилось давление и теперь новое положение пружины 2h, атмосфера и масса поршня же уже. OY: $p_0S + p'S = k2h + Mg$, 2) заметим, что $V = Sh$, $V' = S2h$

т.к. $p_0S + Mg = const$, то $p = \alpha V$, где α - некоторый коэф, т.е.



← линейная зависимость в координатах p(V)

3) $П_н = \frac{kh^2}{2}$, $П_к = \frac{k4h^2}{2}$, где $П_н$ и $П_к$ — начальная и конечная потенц. энергии пружины

$П_к - П_н = A$, где A - работа соверш. газом, а т.к. p, V, p', V' нам неизвестные, но известна T, ν и R → газовая постоянная, то $A = \nu R\Delta T$, где $\Delta T = (T' - T)$

$\frac{k4h^2}{2} - \frac{kh^2}{2} = \nu R(T' - T)$ ⇒

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 0 3 7

№5 продолж. лист 3

$\frac{3Kh^2}{2VR}+T=T'$

Ответ: $T'=\frac{3}{2}\frac{kh^2}{VR}+T$ 1

№3. 0 откуда

Дано:
m=500кг
H=200км
h=10км
R=6400км
g=10м/с²

Q-?

Решение.

1) Прежде всего распишем $g1$, которая будет на высоте $(R+H)$, g'' - не будем находить, т.к. $(R+H-h)$ $\boxed{h<<R}$ => $g=\frac{GM_з}{R^2}$, $g'=\frac{GM_з}{(R+H)^2}$ =>

$g'=g\frac{R^2}{(R+H)^2}$, но всё же для g'' верно $g''=g\frac{R^2}{(R+H-h)^2}$.

2) Теперь распишем ЗСЭ в начальный момент (на высоте R+H) и в конечный $(R+H-h)$

(1) $\frac{mV_1^2}{2}-G\frac{M_з}{(R+H)}=\frac{mV_2^2}{2}-G\frac{M_з}{(R+H-h)}+Q$, V_1 - нач. скорость, V_2 - конечн.

$\frac{GM_з}{R+H}=g'(R+H)$; $\frac{GM_з}{R+H-h}=mg''(R+H-h)$!

3) (2) Применим 2-й закон Кеплера:

$V_1(R+H)=V_2(R+H-h)$

Также нужно выразить V_1 из II з-н Ньютона

$ma=F_{гр}$, где $F_{гр}=G\frac{mM_з}{(R+H)^2}$ или mg'

$a=\frac{V_1^2}{(R+H)}$ - центростремительное ускорение

=> $V_1=\sqrt{g\frac{R^2}{R+H}}$ (3)

4) Подставляем всё в (1) и находим Q

$\frac{mgR^2}{2(R+H)}-mg\frac{R^2}{R+H}=\frac{mgR^2}{2(R+H-h)}-mg\frac{R^2}{(R+H-h)}+Q$

1

$\Rightarrow Q=\frac{mg}{2}\left(\frac{R^2}{(R+H-h)}-\frac{R^2}{(R+H)}\right)=\frac{500кг\cdot10м/с^2}{2}\cdot10^3\left(\frac{6400_м^2}{(6400_м+200_м-10_м)}-\frac{6400_м^2}{(6400_м+200_м)}\right)=$

$=(6215{,}478-6206{,}061)\cdot10^3\cdot2500\approx23\,5425$ кДж

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

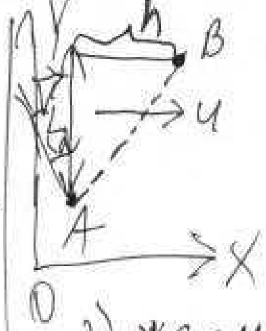
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 0 3 7

Ответ: $Q \approx 23542,5$ кДж. 　　　　лист 4

№ 2.

Дано:
$L = 400$ м.
$h = 300$ м
$U = 2$ км/ч
V_{min} - ?



1) Заметим, что по условию что пункт В ниже, чем А => значит U движется слева на право! (вдоль OX)

2) ~~Если~~ имеется в виду ~~ско~~рость лодки, относ. течения только (без с учётом направления), то нам нужно такой угол альфа, сост. с вертикалью, чтобы скорость относ. течения было минимальн. Составим уравнения на оси:

$OY: L = V\cos\alpha\, \Delta t$ (1)

$OX: h = (U - V\sin\alpha)\cdot t(\alpha)$ (2) → очевидно, что плыть нужно против течения.

Из (1): $\Delta t = \frac{L}{V\cos\alpha}$ → (2) $h = \frac{UL}{V\cos\alpha} - L\,tg\,\alpha$ → $V = \frac{LU}{\cos\alpha(h + L\,tg\,\alpha)}$ → скорость лодки; V_{min}, когда $\cos\alpha(h + L\,tg\,\alpha)$ → max, заметим, что при $\alpha = 45°$ и $\alpha = 60° \approx 1,61$ км/ч (но при 45° больше 1,62) но при $\alpha = arctg\left(\frac{4}{3}\right)$ → min!, при $\alpha > \frac{4}{3}$ - увелич., при $\alpha < \frac{4}{3}$ - ум.

=> $V_{min} \to 1,6$ км/ч при $\alpha = arctg\left(\frac{4}{3}\right)$ → min!

Ответ: $V_{min} = 1,6$ км/ч, α

$\alpha = arctg\frac{4}{3} \approx 53,13°$

№ 6.

Дано:
$R, V,$
$2R, 3R,$
V_2 - ?
$3R$ - ?
$\alpha = arctg\frac{4}{3}$

1)

Происходит нецентральный неупругий удар, т.к. меняется скорость шаров, и у них разные размеры. Запишем в векторном виде ЗСИ и ЗСЭ (выделяется тепло):

$\cancel{M\vec{V_1} = m\vec{V_2}}$

$\cancel{\frac{MV_1^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + Q}$

$M\vec{V_1} = m\vec{V_2} + m\vec{V_3}$

$\frac{MV_1^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + \frac{mV_3^2}{2} + Q$

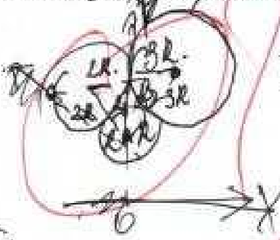
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 0 3 7

№6 продолж. лист 5

2) Рассмотрим подробнее соударение шаров



$tg\alpha_1 = \frac{2}{3}$, $tg\alpha_2 = \frac{3}{4}$ — т.е. если бы удар был упругим, то тогда бы они под $arctg\alpha_1$ и $arctg\alpha_2$ отпрянули

т.е. $mV_1 = mV_2 \cdot \cos(arctg\frac{4}{3}) + mV_3\cos(\alpha_3)$ по X

X! $mV_2 \sin(arctg\frac{4}{3}) = mV_3 \sin(\alpha_3)$ по Y — очевидно, они начнут движение в разных направлениях, но можно заметить что шары образуют в этом треугольник с катетами 3R и 4R (их центры), и гипотенузой 5R прямоугольный

$\Rightarrow \alpha_3 = \boxed{90^\circ - arctg\frac{4}{3}}$, т.е. $V_2 \sin(arctg\frac{4}{3}) = mV_3\cos(\ldots)$

$\frac{V_3}{V_2} = tg(arctg\frac{4}{3}) = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{V_1}{?} = V_2 \cdot \cos(arctg\frac{4}{3}) + \frac{4}{3}V_2\cos(arctg\frac{4}{3})$ т.к. $\cos(90-\beta) = \sin\beta$

$\Rightarrow V_2 = \frac{3}{7}\frac{V_1}{\cos}\ \frac{3}{7}\cdot\frac{V_1}{\cos(arctg\frac{4}{3})} =$

(?) 3) Что касается потерь → изменение внутренней энергии шара радиуса 3R будет равно кол-во теплоты переданное ему и кинетическая энергия после столкновения преобразуется,

A=K-работа равн. кинетической энергии.

$A_3 = K_3 = \frac{mV_3^2}{2} = \frac{m(\frac{4}{3}V_2)^2}{2} = m\frac{4}{49}V_1^2$ —

Кинетическая энергия. Теплота $Q_3 = \frac{Q}{3}\, 2\cos^2(arctg\frac{4}{3})$ — т.к. массы шаров одинак.

$\frac{Q}{\ldots} = \frac{m}{6}\left(\frac{V_1^2}{\ldots} + \frac{7}{49}\cdot\frac{V_1^2}{\cos^2(arctg\frac{4}{3})}\right) = \Delta U_3 = Q_3 + A_3$ по I закону термодинамики

Ответ: $\Delta U = mV_1^2\left(\frac{4}{49\cos^2(arctg\frac{4}{3})} + 1 + \frac{7}{49\cos^2(arctg\frac{4}{3})}\right)$ — изменен.

$V_2 = \frac{3}{7}\frac{V_1}{\cos(arctg\frac{4}{3})}$

Q=0