ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

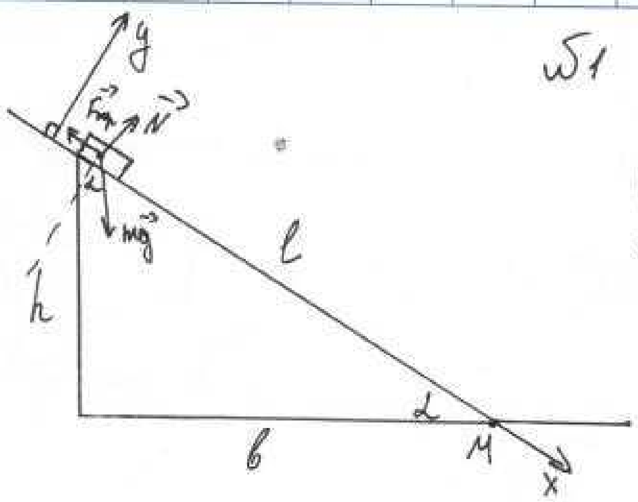
ШИФР 4 5 2 1 7

Класс 10 Вариант 1 Дата Олимпиады 03.02.2019

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ 26 Цифрой	Прописью	Подпись
Оценка	5	2	5	5	5	4	26	двадцать шесть	

№1



$$\begin{cases} OX: \ mg\sin\alpha - F_{тр} = ma_x \\ OY: \ N - mg\cos\alpha = 0 \\ F_{тр} = N\mu \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_x = g\sin\alpha - g\cos\alpha\,\mu = g(\sin\alpha - \cos\alpha\,\mu);$$

$v_м$ — скорость в точке M

$$\begin{cases} l = \sqrt{b^2+h^2} \\ l = \frac{v_м^2}{2a_x} = \frac{v_м^2}{2g(\sin\alpha - \cos\alpha\,\mu)} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{b^2+h^2} = \frac{v_м^2}{2g(\sin\alpha - \cos\alpha\,\mu)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_м = \sqrt{2g(\sin\alpha - \cos\alpha\,\mu)\sqrt{b^2+h^2}}; \quad \sin\alpha = \frac{h}{\sqrt{b^2+h^2}}; \quad \cos\alpha = \frac{b}{\sqrt{b^2+h^2}};$$

$$v_м = \sqrt{2g\left(\frac{h}{\sqrt{b^2+h^2}} - \frac{\mu b}{\sqrt{b^2+h^2}}\right)\sqrt{b^2+h^2}} = \sqrt{2g(h-\mu b)}$$

$$P = F_{трм} \cdot v_м; \quad F_{трм} = mg\mu \Rightarrow P = mg\mu\sqrt{2g(h-\mu b)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{P}{g\mu\sqrt{2g(h-\mu b)}}$$

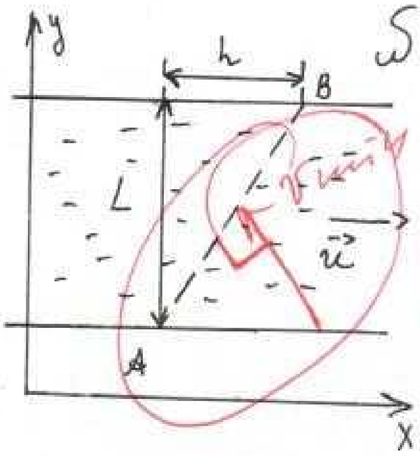
Ответ: $m = \frac{P}{g\mu\sqrt{2g(h-\mu b)}}$

...РАСЛЕВАЯ
...ЛИМПИАДА
...ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 5 2 1 7

№2



Пусть искомая скорость лодки относительно реки (течения) будет $\vec{v}$.

Запишем ур-ния движения в проекциях на оси OX и OY:

$$\begin{cases} v_y \cdot t = L \quad (1) \\ (v_x + u)t = h \quad \text{(закон сложения скоростей)} \; (2) \\ \left((v_x+u)^2 + v_y^2\right)t = \sqrt{L^2+h^2} \quad (3) \end{cases}$$

Разделим (1) на (2)

$$\frac{v_y}{v_x+u} = \frac{L}{h} \Rightarrow v_y = \frac{L(v_x+u)}{h}$$

Выразим t из (1): $t = \dfrac{h}{v_x+u}$

$u = 2 \frac{км}{ч} = 0{,}555 \frac{м}{с}$

$$\left((v_x+u)^2 + \frac{L^2(v_x+u)^2}{h^2}\right)\frac{h}{v_x+u} = \sqrt{L^2+h^2}$$

$$(v_x+u)h + \frac{L^2(v_x+u)}{h} = \sqrt{L^2+h^2}$$

$$(v_x+u)\left(h + \frac{L^2}{h}\right) = \sqrt{L^2+h^2}$$

$$v_x = \frac{\sqrt{L^2+h^2}}{h+\frac{L^2}{h}} - u = \frac{500}{300+\frac{160000}{300}} - 0{,}555 = 0{,}6 - 0{,}555 = 0{,}045 \frac{м}{с}$$

$$v_y = \frac{L\left(\sqrt{L^2+h^2}\right)}{h^2+L^2} = \cancel{\frac{400 \cdot 500}{}} = \frac{L}{\sqrt{h^2+L^2}} = \frac{400}{500} = 0{,}8$$

$$v = \sqrt{v_x^2+v_y^2} = \sqrt{0{,}8^2+0{,}045^2} \approx 0{,}8 \frac{м}{с}$$

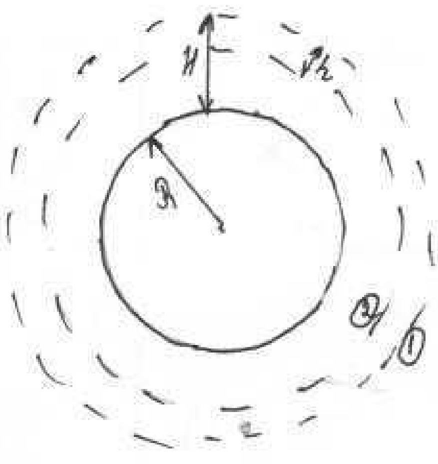
Ответ: $0{,}8 \frac{м}{с}$

...РАСЛЕВАЯ
...ЛИМПИАДА
... ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 5 2 1 7

№3



Запишем потенциальные энергии спутников на орбитах 1 и 2. Они отрицательны, т.к. ноль $E_п$ мы берём на бесконечности

$$E_{п1} = -\frac{mMG}{R+H} = -\frac{mR^2g}{R+H}$$

$$E_{п2} = -\frac{mMG}{R+H-h} = -\frac{mR^2g}{R+H-h}$$

$$g = \frac{MG}{R^2} \Rightarrow M = \frac{gR^2}{G}$$

$$Q = E_{п1} - E_2 = mgR^2\left(\frac{1}{R+H-h} - \frac{1}{R+H}\right)$$

$$Q = 5\cdot10^3\cdot(6400\cdot10^3)^2\left(\frac{1}{6590\cdot10^3} - \frac{1}{6600\cdot10^3}\right) =$$

$$= 5\cdot10^3\cdot64^2\cdot10^{10}\cdot2,299\cdot10^{-10} = 5\cdot10^3\cdot64^2\cdot2,299 =$$

$= 47086954$ Дж ≈ 47 МДж

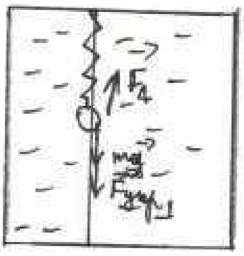
Ответ: 47 МДж

...РАСЛЕВАЯ ...ОЛИМПИАДА ...ШКОЛЬНИКОВ

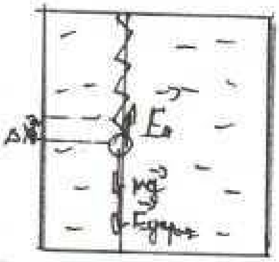
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 5 | 2 | 1 | 7 |

№4



Т.к. плотность шара меньше плотности жидкости, шар будет стремиться всплыть => $F_{упр}$ будет направлена вниз



Запишем II Закон Ньютона для этих ситуаций.
Во второй ситуации введём ~~силу~~ фиктивную силу инерции. x - начальное растяжение пружины

$\uparrow \vec{a}$:
$$\begin{cases} F_A - mg - kx = 0 \quad (1) \\ F_A - mg - k(x+\Delta x) - F_{инерц} = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Вычтем (2) из (1)

$$\cancel{F_A} - \cancel{mg} - \cancel{kx} - \cancel{F_A} + \cancel{mg} + \cancel{kx} + k\Delta x + F_{инерц} = 0$$

$$k\Delta x = -F_{инерц}$$

1

$$k\Delta x = -ma$$

$$|\Delta x| = \frac{2\rho a}{3k}$$

$$\Delta x = -\frac{\frac{2}{3}\rho a V}{k} = \frac{-2\rho a V}{3k}$$

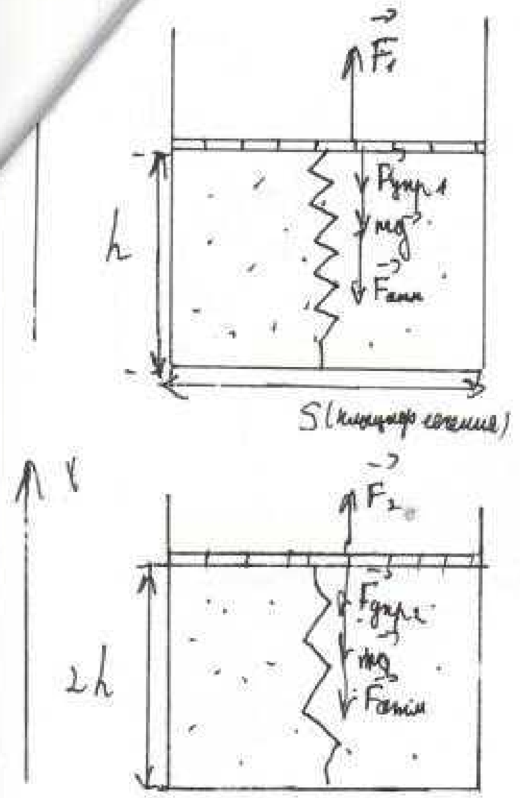
Знак „минус" даёт понять, что смещение происходит против выбранной оси, т.е. вниз, т.е. ко дну бака.

Ответ: $\frac{2\rho a V}{3k}$; вниз (ко дну бака).

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 5 2 1 7



№5

Пусть начальное отклонение пружины от нормального положения равно Δx.

$$\begin{cases} F_1 - k\Delta x - mg - p_0 S = 0 \ (1) \\ F_1 = p_1 S \\ p_1 h S = \nu R T \\ F_2 - k(\Delta x + h) - mg - p_0 S = 0 \ (2) \\ F_2 = p_2 S \\ p_2 \cdot 2hS = \nu R T' \end{cases}$$

Вычтем (2) из (1)

$$F_1 - k\Delta x - \cancel{mg} - \cancel{p_0 S} - F_2 + k(\Delta x + h) + \cancel{mg} + \cancel{p_0 S} = 0$$

$$F_1 - F_2 + kh = 0$$

$$p_1 S - p_2 S + kh = 0$$

$$\frac{\nu R T}{h} - \frac{\nu R T'}{2h} = -kh$$

$$\frac{\nu R}{h}\left(T - \frac{T'}{2}\right) = -kh$$

$$\left(\frac{T'}{2} - T\right) = \frac{kh^2}{\nu R}$$

$$T' = 2\left(\frac{kh^2}{\nu R} + T\right)$$

R - постоянная Больцмана

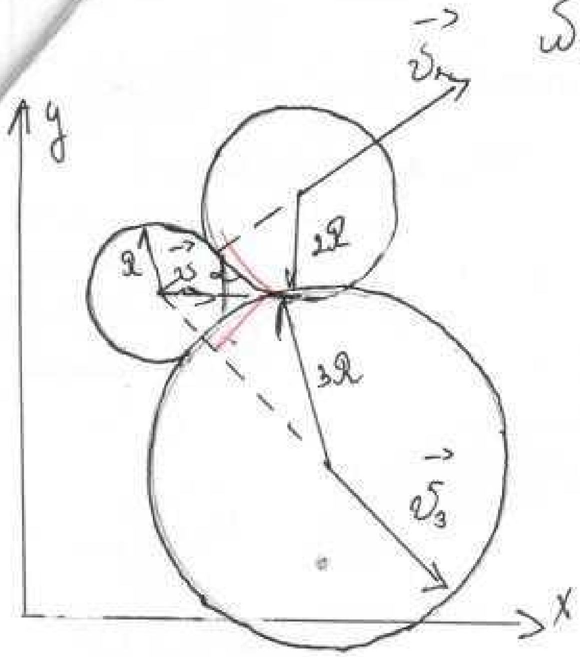
$R = 8{,}31 \frac{Дж}{К \cdot моль}$

Ответ: $2\left(\frac{kh^2}{\nu R} + T\right)$

РАСЛЕВАЯ
ЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 5 | 2 | 1 | 7



№6 ~~(№1, первый вопрос)~~

З. С. Э.:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow v^2 = v_2^2 + v_3^2$ (~~еще раз~~ доказыва что угол между векторами $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_3$ равен 90°)

З. С. И.:

OX: $mv = mv_2 \cdot \cos(\mathrm{arctg}(\frac{4}{3})) + mv_3 \cdot \cos(90 - \mathrm{arctg}(\frac{4}{3}))$

~~OY:~~

$$\begin{cases} v^2 = v_2^2 + v_3^2 \\ v = v_2 \cos(\mathrm{arctg}(\frac{4}{3})) + v_3 \sin(\mathrm{arctg}(\frac{4}{3})) \end{cases}$$

$v_3 = \sqrt{v^2 - v_2^2}$

$v = v_2 \cos(53{,}13) + \sqrt{v^2 - v_2^2} \cdot \sin(53{,}13)$

$v = v_2 \cdot 0{,}6 + \sqrt{v^2 - v_2^2} \cdot 0{,}8$

$10v = 6v_2 + \sqrt{v^2 - v_2^2} \cdot 8$

$5v = 3v_2 + 4\sqrt{v^2 - v_2^2}$

$5v - 3v_2 = 4\sqrt{v^2 - v_2^2} \Rightarrow 25v^2 - 30vv_2 + 9v_2^2 = 16v^2 - 16v_2^2$

$9v^2 - 30vv_2 + 25v_2^2 = 0$

$(3v - 5v_2)^2 = 0$

$3v - 5v_2 = 0 \Rightarrow v_2 = \frac{3}{5}v$

Ответ: $v_2 = \frac{3}{5}v$