ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(a b) c = a (b c)$ $E = mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

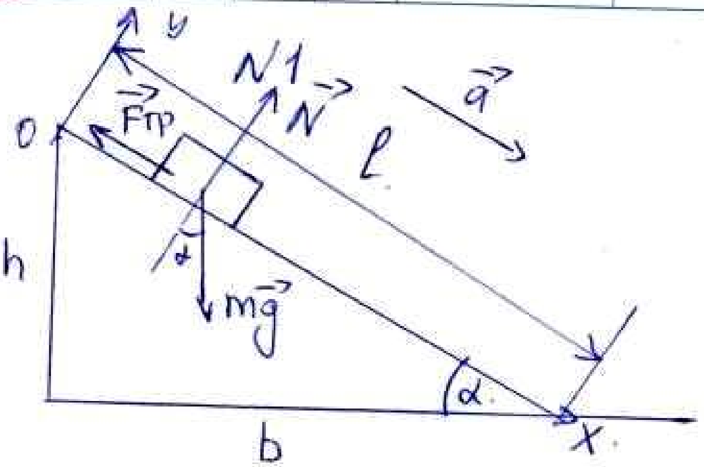
ШИФР 4 6 0 7 8

Класс 10 **Вариант** 2 **Дата Олимпиады** 03.02.2019

Площадка написания МГТУ имени Н.Э. Баумана.

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ 21		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	3	5	3	3	5	0	21	двадцать один	

Дано:
m
h
b
μ
Найти:
N=?



1) Динамическое уравнение движения для бруса:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$$

OY: $mg \cdot \cos\alpha = N \Rightarrow F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha = \mu mg\frac{b}{\ell}$

OX: $mg \cdot \sin\alpha - F_{тр} = ma$

$ma = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = g\left(\frac{h}{\ell} - \frac{b}{\ell}\cdot\mu\right) = \frac{g}{\ell}(h - b\mu)$

2) Найдём время спуска

$$\ell = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ell}{a}}$$

Ответ: $N = \frac{\mu mgb\sqrt{g(h-\mu b)}}{\sqrt{2(h^2+b^2)}}$

3) $N_{ср} = \frac{A_{тр}}{t} = \frac{F_{тр}\cdot \ell}{t} = \cancel{\frac{F_{тр}\cdot a\cdot t^2}{2\cdot t}} = \cancel{\frac{F_{тр}\cdot a\cdot t}{2}}$

$N_{мг} = \vec{F}\cdot\vec{v}$

$\cancel{N = \mu mg\frac{b}{\ell} a}$

$$\underline{N} = \frac{\mu mgb}{\sqrt{\frac{2\ell}{\frac{g}{\ell}(h-b\mu)}}} = \frac{\mu mgb}{\ell\sqrt{\frac{2}{g(h-\mu b)}}} = \frac{\mu mgb\sqrt{g(h-\mu b)}}{\sqrt{2(h^2+b^2)}}$$

~~Ответ: $N = \mu mgb$~~

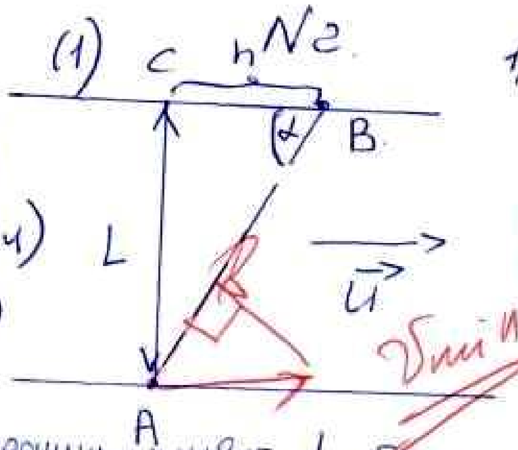
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 6 0 7 8

I

Дано:
$h = 600$ (м)
$v = 0{,}8$ (км/ч)
$u = 1$ (км/ч)
Найти:
$L = ?$

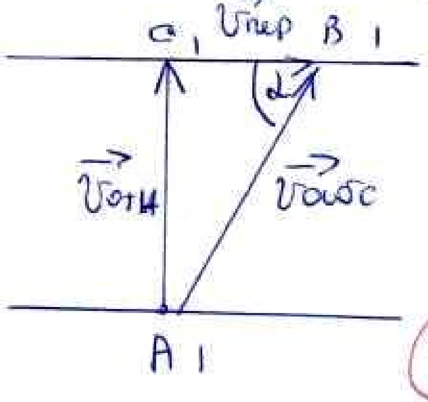


лодочник плывет $\perp$ берегу

1) ИСО - Земля $\vec{v}_{абс}$
ПСО - река $\vec{v}_{отн} = \vec{v}$
тело - лодка $\vec{v}_{пер} = \vec{u}$

Закон сложения скоростей:
$\vec{v}_{абс} = \vec{v}_{отн} + \vec{v}_{пер}$
$\vec{v}_{абс} = \vec{v} + \vec{u}$

2) Построим треугольник векторов:



тогда из $\Delta A_1C_1B_1$ =>
$\Rightarrow tg(\alpha) = \frac{v_{отн}}{v_{пер}} = \frac{v}{u}$

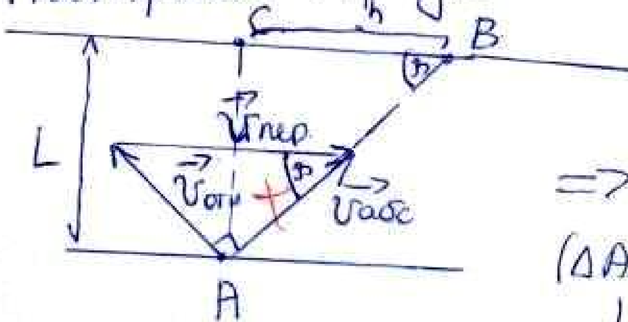
3) из рис (1) => ΔACB: $tg(\alpha) = \frac{L}{h} = \frac{v}{u}$

$\Rightarrow L = h \cdot \frac{v}{u} = 600 \cdot \frac{0{,}8}{1} = 480$ (м)

Ответ: 480 (м)

II Лодочник плывет под углом к берегу.

2) Построим треугольник векторов:



тогда: $tg(B) = \frac{v}{\sqrt{u^2 - v^2}}$

$\Rightarrow tg(B) = \frac{L}{h}$ (ΔABC) $\Rightarrow L = \frac{hv}{\sqrt{u^2 - v^2}}$

$L = 800$ (м)

Но $v = u \cdot tg(\alpha)$ и по усл. v - min => если $u = const$, то $tg(\alpha)$ - наименьший, тогда L - должна быть max, h - ... => $L = 480$ (т.)

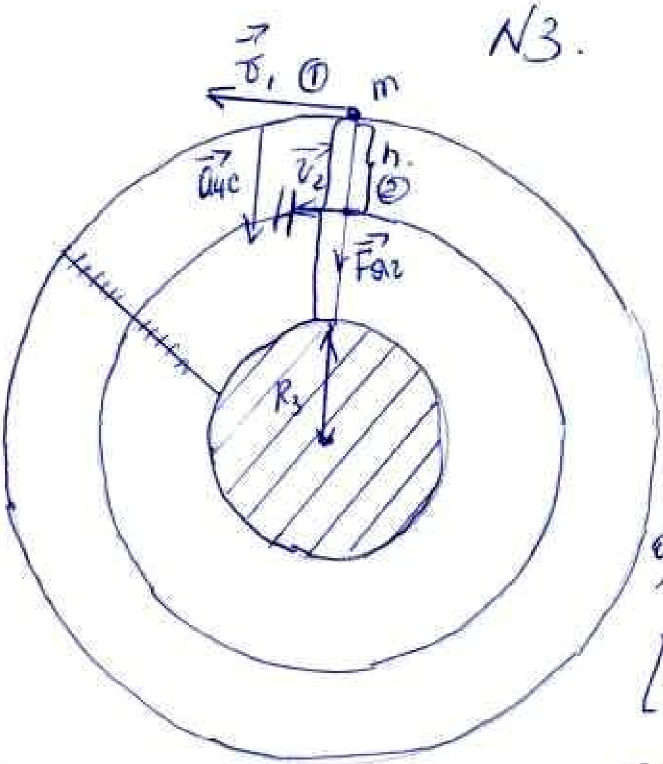
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 6 0 7 8

№3.



Дано:
$m = 1000$ (кг)
$H = 300$ (км)
$h = 10$ (км)
$R = R_з = 6400$ (км)

Найти:
$A = ?$

0) Найдём массу Земли:

$$\begin{cases} m\vec{g} = \vec{F}_{тяг} \\ F_{тяг} = G\dfrac{mM_з}{R_з^2} \end{cases} \Rightarrow g = \frac{GM_з}{R_з^2} \Rightarrow M_з = \frac{g \cdot R_з^2}{G}$$

1) для положения (1): Дин. уравнение движения:

$$\vec{F}_{тяг\,1} = m\vec{a}_{цс\,1}$$

$$G\frac{mM_з}{(H+R)^2} = m\frac{v_1^2}{(H+R)}$$

$$v_1^2 = \frac{GM_з}{(H+R)} \Rightarrow E_{к1} = \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mGM_з}{2(H+R)}$$

$$\Rightarrow \cancel{v_1^2 = }\quad E_{к1} = \frac{mgR_з^2}{2(H+R)}$$

Потенциальная энергия в пол. (1): $E_{п1} = \dfrac{-mgR^2}{R+H}$

$$E_{полная\,1} = \frac{mgR^2 - 2mgR^2}{2(H+R)} = \frac{-mgR^2}{2(H+R)}$$

2) для положения (2): Аналогично: $E_{к2} = \dfrac{mgR^2}{2(H+R-h)}$

потенциальная: $E_{п2} = \dfrac{-mgR^2}{R+H-h}$

$$E_{полная\,2} = \frac{-mgR^2}{2(H+R-h)}$$

Ответ: $|A| = \pm 45{,}7$ (МДж)

+

3) $A = E_{полная\,2} - E_{полная\,1} = \dfrac{mgR^2}{2}\left(\dfrac{1}{H+R} - \dfrac{1}{H+R-h}\right) = \dfrac{10^4 \cdot 6400^2 \cdot 10^6}{2}\left(\dfrac{1}{6700 \cdot 10^3} - \dfrac{1}{6690 \cdot 10^3}\right)$

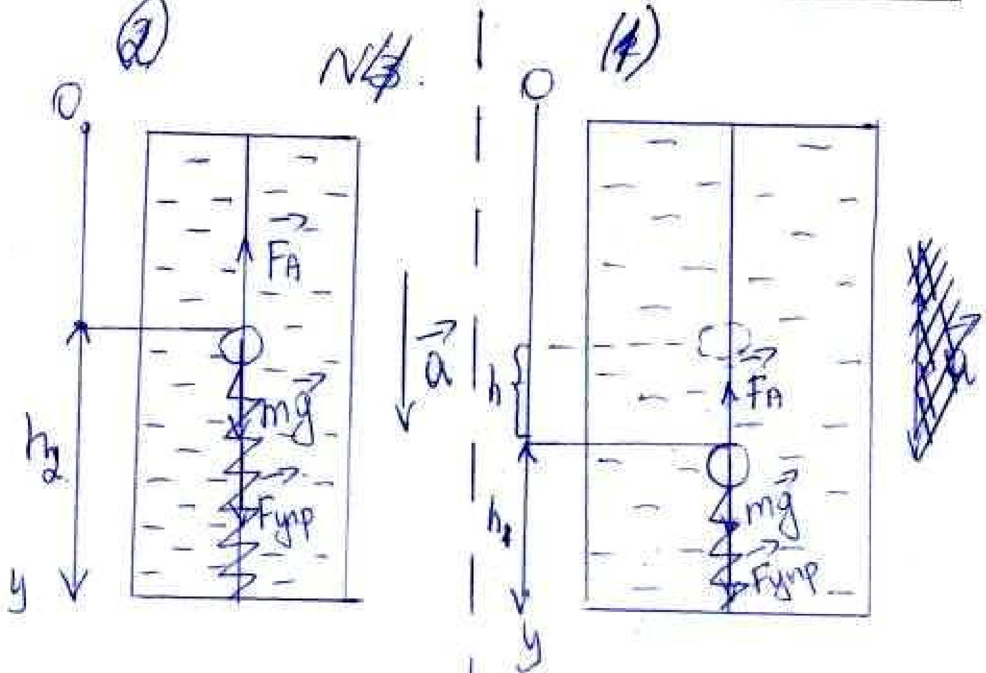
$= -45{,}7$ (МДж)

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 6 0 7 8

№3.

Дано:
ρ
$\rho_ш = \frac{1}{3}\rho$
V
K
a
Найти:
$h = ?$



1) Динамическое уравнение движения для (1)

$m\vec{g} + \vec{F_A} + \vec{F_{упр}} = 0$

Oy: $mg - F_A + F_{упр} = 0$

$F_{упр} = F_A - mg$

$k \cdot h_1 = F_A - mg \Rightarrow h_1 = \frac{F_A - mg}{k}$

1

2) Динамическое уравнение движения для (2)

$m\vec{g} + \vec{F_A} + \vec{F_{упр}} = m\vec{a}$ (шарик двит вместе с баком с уск. $\vec{a}$)

Oy: $mg - F_A + F_{упр} = ma$

$F_{упр} = ma - mg + F_A$

$h_2 = \frac{F_A + ma - mg}{k}$

−

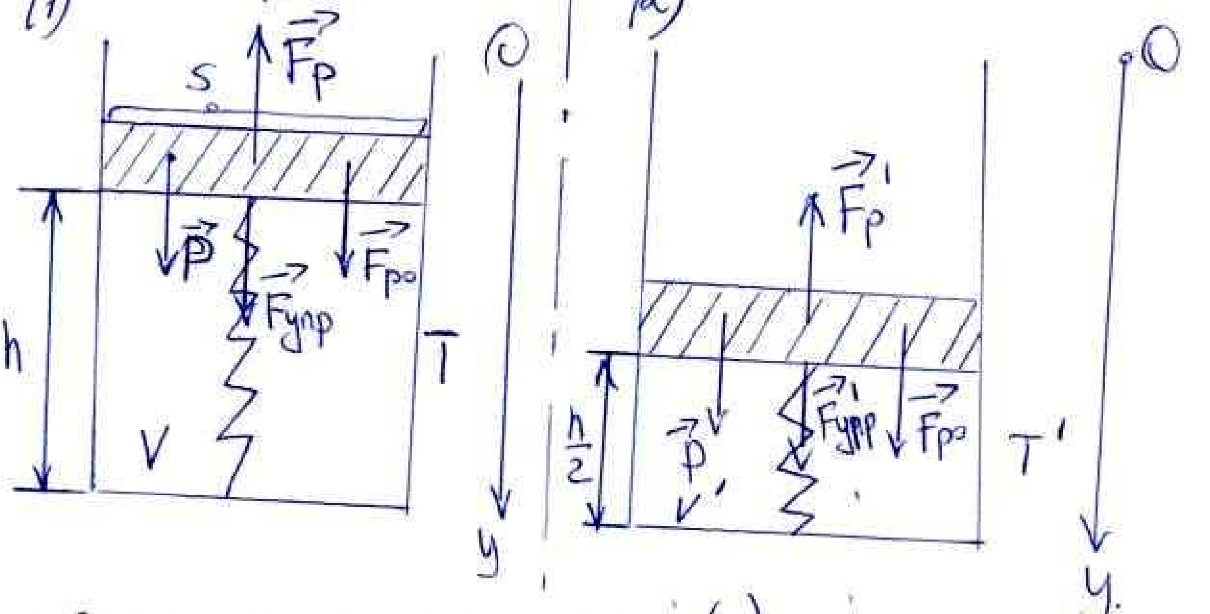
Fарх – меняется!

3) $h = h_2 - h_1 = \frac{F_A + ma - mg - F_A + mg}{k} = \frac{ma}{k}$

$h = \frac{ma}{k} = \frac{\frac{1}{3}\rho V a}{k} \Rightarrow h = \frac{\rho V a}{3k}$ Ответ: $h = \frac{\rho V a}{3k}$

N5

Дано:
h
ν
K
T
Найти: h
$T'=?$



1) Уравнение состояния газа для (1)

$$p\cdot V=\nu RT$$

$$p\cdot h\cdot S=\nu RT \ (S\text{-пл. поршня})$$

$$p=\frac{\nu RT}{hS} \Rightarrow F_p=p\cdot S=\frac{\nu RT}{h}$$

2) Уравнение состояние газа для (2)

$$p'\cdot V'=\nu RT'$$

$$p'\cdot \frac{h}{2}\cdot S=\nu RT'$$

$$p'=\frac{2\nu RT'}{hS} \Rightarrow F_p'=p'\cdot S=\frac{2\nu RT'}{h}$$

3) Динамическое уравнение движения:

для (1): $\vec{P}+\vec{F_{p0}}+\vec{F_p}+\vec{F_{упр}}=0$.

OY: $P+F_{p0}-F_p+F_{упр}=0 \Rightarrow F_p=F_{упр}+F_{p0}+P$. (1)

для (2): $\vec{P}+\vec{F_{p0}}+\vec{F_p}'+\vec{F_{упр}}'$ ~~$\Rightarrow F_p'=$~~

OY: $P+F_{p0}-F_p'+F_{упр}=0 \Rightarrow F_p'=F_{упр}'+F_{p0}+P$ (2)

$\Rightarrow$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 46078

$\Rightarrow$ вычтем из (1) - (2):

$$F_p - F_p' = F_{упр} - F'_{упр}$$

$$\frac{\nu RT}{h} - \frac{2\nu RT'}{h} = k\cdot h - k\cdot\frac{h}{2}$$

$$\frac{\nu R(T-2T')}{h} = k\cdot\frac{h}{2}$$

$$(T-2T') = \frac{k\cdot h^2}{2\nu R}$$

$$T - \frac{kh^2}{2\nu R} = 2T' \Rightarrow T' = \frac{T}{2} - \frac{kh^2}{4\nu R}$$

Ответ: $T' = \frac{T}{2} - \frac{kh^2}{4\nu R}$