ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 6 1 5 5

Класс 10 Вариант 1 Дата Олимпиады 3.02.2019

Площадка написания

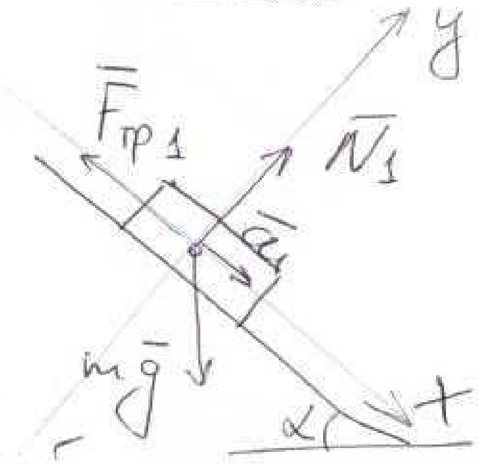
Задача	1	2	3	4	5	6	Σ 24 Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	5	1	5	5	4	24	двадцать четыре	

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 6 | 1 | 5 | 5 |

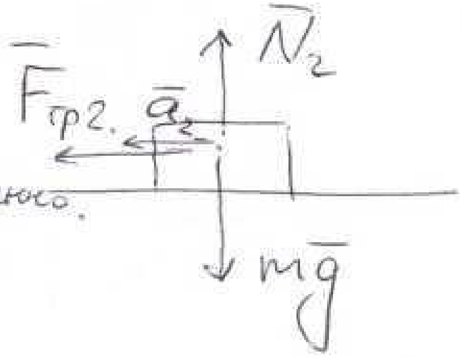
№1.



Дано: h, в, P, μ

m - ?

Обозначим два вида движения 1-ый: по наклонной плоскости. 2-ой: по горизонтальной поверхности.



$F_{тр1}, F_{тр2}$ - сила трения в 1-ом и 2-ом случае соответственно.
N_1, N_2 - сила реакции опоры в 1-ом и 2-ом случае соотв.
a_1, a_2 - ускорение бруска в первом и 2-ом случае.
v - скорость бруска при переходе с наклонной на горизонтальную плоскость.

~~x~~ y: $N_1 = mg\cos\alpha$.

x: $a_1 m = mg\sin\alpha - F_{тр1}$.

$F_{тр1} = \mu N_1$.

Сл-но, $a_1 = \cancel{mg}\sin\alpha - \cancel{m}\mu\cancel{g}\cos\alpha = \sin\alpha - \mu\cos\alpha$

l - длина наклонной плоскости.

$l = \sqrt{в^2+h^2}$

$\alpha = arctg(\frac{h}{в})$.

$l = \frac{\cancel{a}\,v^2}{2a_1} => v = \sqrt{2a_1 l} = \sqrt{2(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\sqrt{в^2+h^2}}$

t - время которое груз ехал по горизонтальной поверхности

$$a_2 m = F_{тр2} = \mu N_2 = \mu m g;$$

$$a_2 = \mu g;$$

$$t = \frac{v}{a_2};$$

$$F_{тр2} \cdot t = P;$$

$$\mu m g \cdot \frac{v}{a_2} = P; \quad m = \frac{P \cdot a_2}{\mu g v} = \frac{P \cdot \cancel{\mu g}}{\cancel{\mu g} \cdot v} \neq$$

$$\cancel{= \frac{P}{\sqrt{2(\sin(arctg(\frac{h}{b})) - \mu \cos(arctg\frac{h}{b}}}}$$

$$v = \sqrt{2(tg\alpha - \mu)\sqrt{b^2+h^2}} = \sqrt{2(\frac{b}{h} - \mu)\sqrt{b^2+h^2}};$$

$$m = \frac{P}{v} = \frac{P}{\sqrt{2(\frac{b}{h} - \mu)\sqrt{b^2+h^2}}}$$

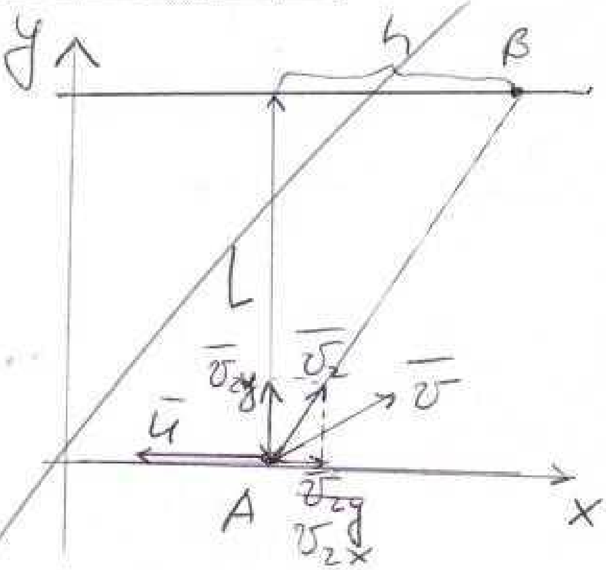
Ответ: $\frac{P}{\sqrt{2(\frac{b}{h} - \mu)\sqrt{b^2+h^2}}}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 46155

№2.



Дано: L, h, u

$L = 400$ м

$h = 300$ м

$u = 2$ км/ч

v - ?

$L = 0{,}4$ км

$h = 0{,}3$ км

Тогда длина всего пути от A к B:

$l = \sqrt{L^2+h^2} = \sqrt{0{,}4^2+0{,}3^2} = 0{,}5$ км

$\bar{v}_2 = \bar{v} + \bar{u}$

$\frac{h}{L} = \frac{|\bar{v}_2|\sin\alpha}{|\bar{v}_2|\cos\alpha}$, для того чтобы лодка двигалась именно из A в B, где α - угол между AB и прямой идущей поперек реки.

$v_{2x} = v\sin\beta - u$;

$v_{2y} = v\cos\beta$, где β - угол между $\bar{v}$ и прямой идущей поперёк реки.

$\frac{h}{L} = \frac{v_{2x}}{v_{2y}} = \frac{v\sin\beta - u}{v\cos\beta}$; $h\cdot v\cos\beta = Lv\sin\beta - L\cdot u$;

$v = \frac{L\cdot u}{L\sin\beta - h\cos\beta}$; должно быть минимально, т.е.

$L\sin\beta - h\cos\beta$ - максимально.

$\frac{L}{AB}\sin\beta - \frac{h}{AB}\cos\beta$ - максимально. $\sin\beta\cdot\cos\alpha - \sin\alpha\cos\beta$ - макс.; $\sin(\beta-\alpha)$ - максимально, т.е. $\sin(\beta-\alpha) = 1$.

$\beta - \alpha = \frac{\pi}{2}$ или $\beta - \alpha = -\frac{\pi}{2}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 6 | 1 | 5 | 5 |

№2.

Дано:

$L = 400$ м

$h = 300$ м

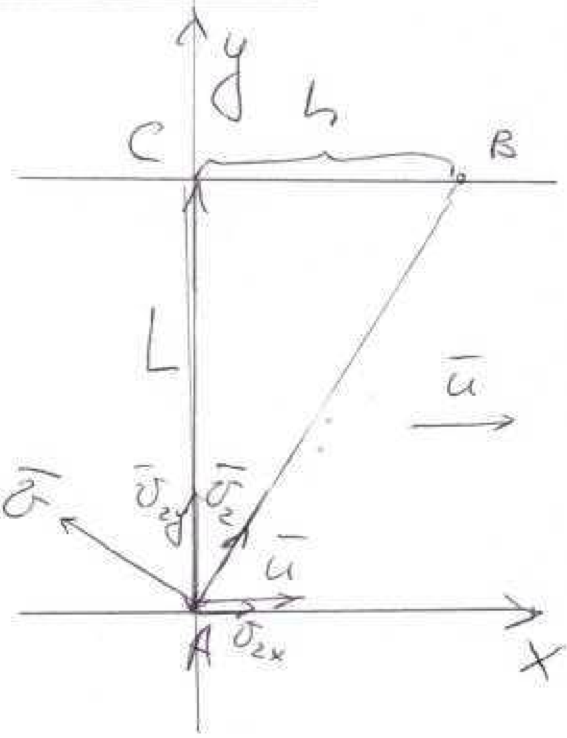
$u = 2$ км/ч

---

v_{min} - ? -

$L = 0{,}4$ км

$h = 0{,}3$ км



$AB = \ell = \sqrt{L^2+h^2} = 0{,}5$ км.

C - точка на противоположной стороне реки, такая что $AC \perp \bar{u}$;

α - угол между AB и BC

β - угол между $\bar{v}$ и AC.

$\bar{v}_2 = \bar{u} + \bar{v}$; чтобы лодка плыла ровно из A в B, надо, чтобы $\bar{v}_2 \parallel AB$.

7

$v_{2x} = u - v \sin\beta$

$v_{2y} = v\cos\beta$

$\frac{h}{L} = \frac{BC}{CA} = \frac{v_{2x}}{v_{2y}}$; $hv\cos\beta = L(u - v\sin\beta)$;

$|v| = \left|\frac{Lu}{h\cos\beta + L\sin\beta}\right| =$ ~~min, когда v~~ $\cancel{\frac{u}{\frac{h}{L}\cos\alpha +}} =$

$= \left|\frac{Lu}{AB\left(\frac{h}{AB}\cos\beta + \frac{L}{AB}\sin\beta\right)}\right| = \left|\frac{Lu}{AB(\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta)}\right| =$

$= \left|\frac{Lu}{AB\cdot\sin(\alpha+\beta)}\right|$ - min, когда $|\sin(\alpha+\beta)| = 1$, ~~не $\sin(\alpha+\beta) < 0$, т.к~~

$v_{min} = \left|\frac{Lu}{\sqrt{L^2+h^2}}\right| = \frac{0{,}4\cdot 2}{0{,}5} = \frac{8}{5} = 1{,}6$ км/ч

Ответ: $v_{min} = 1{,}6$ км/ч.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 6 | 1 | 5 | 5 |

№3.

Дано:

R, H, h, m, g

$R = 6400$ км

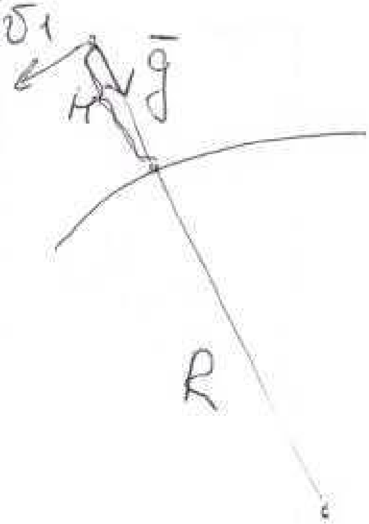
$H = 200$ км

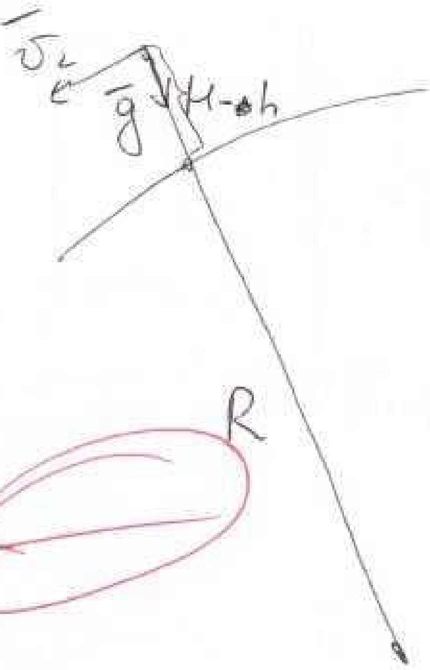
$h = 10$ км

$g = 10$ м/с^2

$m = 500$ кг.

Q - ?





E_1, E_2 - энергия спутника до и после снижения.

$E_2 - E_1 = -Q$

$E_{k1} = \frac{m v_1^2}{2}$; $\neq \cancel{\frac{m}{2}} \cdot$ $E_{k2} = \frac{m v_2^2}{2}$

$E_{п1} - E_{п2} = mgh$

$\cancel{Q = E}$ $g = \frac{v_1^2}{(R+H)}$; $g = \frac{v_2^2}{(R+H-h)}$

$Q = (E_{k1} - E_{k2}) + (E_{п1} - E_{п2}) = \frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2) +$
$+ mgh = \frac{m}{2} \cdot (g(R+H) - g(R+H-h)) + mgh = + mgh\frac{3}{2} =$
$= \frac{3}{2} \cdot 500 \cdot 10 \cdot 10^4 = 7{,}5 \cdot 10^7$ Дж

Ответ: $7{,}5 \cdot 10^7$ Дж

$E_п = -G\frac{mM}{r}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

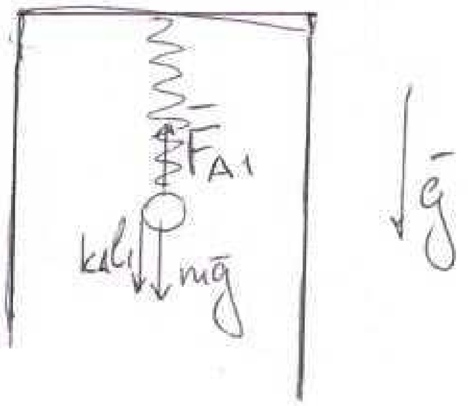
ШИФР 4 6 1 5 5

Дано:

V, ρ, k, a

$h - ?$

№4.

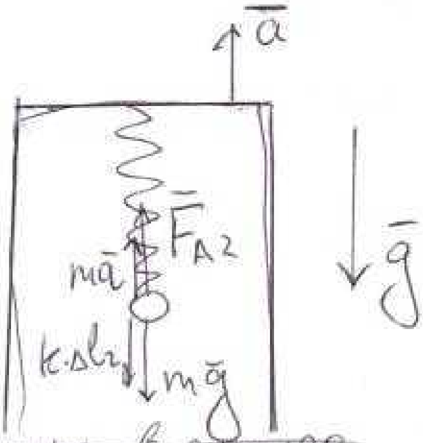


Распишем силы действующие на шарик в 1-ом и 2-ом случае.

$F_{A1} = \rho g V$

$mg = \frac{2}{3}\rho V g \Rightarrow F_{A1} > mg \Rightarrow$

со стороны пружины действует сила на расжатие пружины.



$\cancel{mg =}$ $F_{A1} = mg + k\cdot\Delta l_1$

~~аналогично~~

Во втором случае:

$F_{A2} = \rho(g-a)V$, т.к. ~~ускорение шарика в сосуде свобод~~ сосуд движется с ускорением a вверх.

$\cancel{mg = }\frac{2}{3}$ $m(g-a) = \frac{2}{3}\rho V(g-a)$;

$F_{A2} = m(g-a) + k\cdot\Delta l_2$;

$h = |\Delta l_1 - \Delta l_2| = \left|\frac{1}{k}(F_{A1} - mg) - \frac{1}{k}(F_{A2} - m(g-a))\right| =$

$= \left|\frac{1}{k}\left(\frac{1}{3}\rho V g\right) - \frac{1}{k}\cdot\frac{1}{3}\rho V(g-a)\right| = \left|\frac{1}{k}\cdot\frac{1}{3}\rho V a\right| =$

$= \frac{1}{k}\cdot\frac{1}{3}\rho V a$

+

Ответ: $h = \frac{1}{k}\cdot\frac{1}{3}\rho V a$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

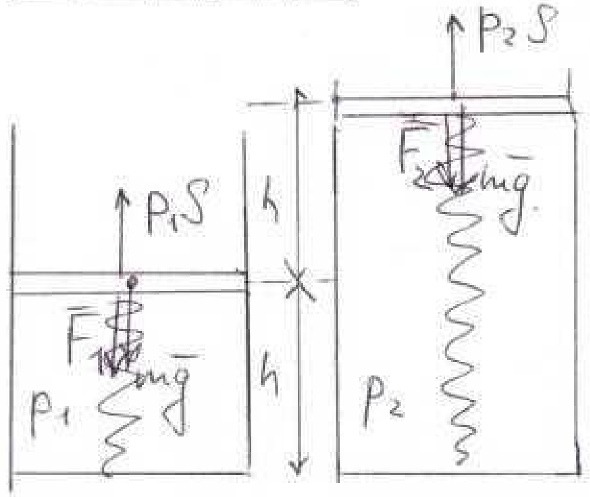
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 6 1 5 5

№5-

Дано:
h, T, k, ν

T' - ?



F_1, F_2 - сила с которой пружина действует на поршень в 1-ом и 2-ом случае соответственно.

S - площадь сечения.

p_1, p_2 - плотность газа в 1-ом и 2-ом случае соответственно.

$$F_1 + mg = p_1 \cdot S$$
$$F_2 + mg = p_2 \cdot S$$
$$S(p_2 - p_1) = (F_2 - F_1)$$

1) $F_2 - F_1 = k \cdot h$; По клапейрону-менделееву:

$$p_1 = \frac{\nu RT}{S \cdot h}$$

$S \cdot h$ - объём газа в 1-ом случае.

$$p_2 = \frac{\nu RT'}{2h \cdot S}$$

2) $S(p_2 - p_1) = \cancel{S}\left(\frac{\nu RT'}{2h \cdot \cancel{S}} - \frac{\nu RT}{h\cancel{S}}\right) = \frac{\nu R}{h}\left(\frac{T'}{2} - T\right)$;

1) = 2)

$$\frac{\nu R}{h}\left(\frac{T'}{2} - T\right) = k \cdot h; \quad T' = 2\left(\frac{k \cdot h^2}{\nu R} + T\right)$$

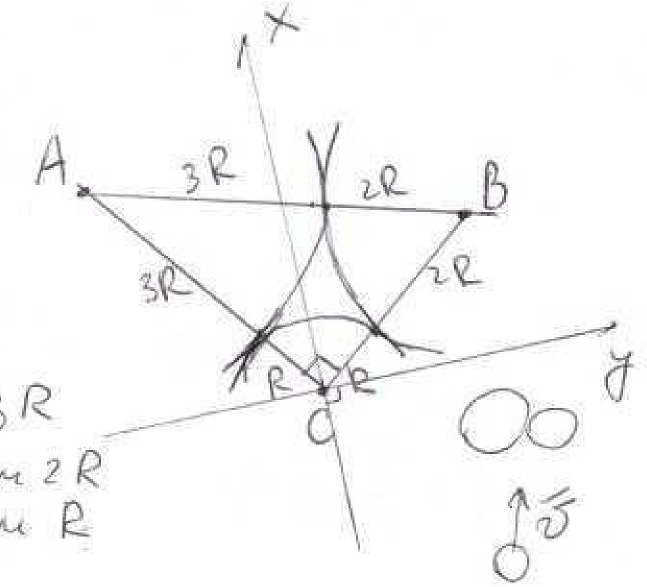
Ответ: $T' = 2\left(\frac{k \cdot h^2}{\nu R} + T\right)$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 6 1 5 5

№6.



Дано:

v, R, $\alpha = \operatorname{arctg}\frac{4}{3}$

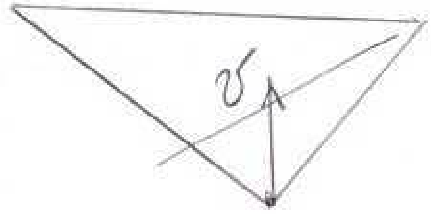
v_2 - ?, ΔE_3 - ?

Момент соударения.

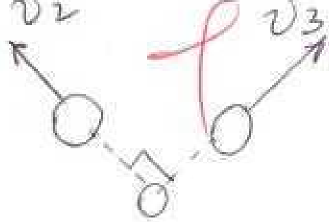
A - центр шарика радиусом 3R

B - центр шарика радиусом 2R

C - центр шарика радусом R



Понятно, что шарик с радиусом R передаст импульс шарику с радиусом 2R так, что $v_2 \parallel BC$, а $v_3 \parallel AC$.



Найдём под каким углом α была направленна v относительно BC, но это известно $\alpha = \operatorname{arctg}\frac{4}{3} \Rightarrow tg(\alpha) = \frac{4}{3}$, но и $tg(\angle ABC) = \frac{4}{3} \Rightarrow \angle ABC = \alpha$

~~импульс ЗСИ: $m_1 v_1 = m_2 v_2 + m_3 v_3$, где m_1, m_2, m_3 - масса шарика с радиусом R, 2R, 3R, соотв.~~

Ось x - вдоль v.

ЗСИ x: $\cancel{m} v = \cancel{m} \cdot v_2 \cos\alpha + \cancel{m} v_3 \cos(90° - \alpha)$

ЗСИ y: $\cancel{m} v_2 \sin\alpha - \cancel{m} v_3 \sin(90° - \alpha) = 0.$

$$v_2 = \frac{1}{\cos\alpha}\left(-v_3 \sin\alpha + v\right) = \frac{1}{\cos\alpha}\left(-\frac{v_2 \sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot \sin\alpha + v\right)$$

$$v_2 = \frac{v}{\cos\alpha \cdot (tg^2\alpha + 1)} \qquad v\left(1 - \frac{1}{tg^2\alpha + 1}\right) =$$

$$v_3 = \frac{v - v_2 \cos\alpha}{\sin\alpha} = \cancel{\frac{v}{\sin\alpha} - \frac{tg^2\alpha - 2}{tg^2\alpha - 1}}$$

ШИФР 46155

Если $\alpha = \operatorname{arctg}\frac{4}{3}$, то $\cos\alpha = \frac{3}{5}$, $\sin\alpha = \frac{4}{5}$

$$v_2 = \frac{v}{\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{16}{9}+1\right)} = \frac{3}{5}v \cdot \frac{15}{7}$$

$$\cancel{v_3 = \frac{v}{\sin\alpha}\cdot\frac{tg^2\alpha - 2}{tg^2\alpha - 1} = \frac{v}{4/5}\cdot\frac{\frac{16}{9}-2}{\frac{16}{9}-1}}$$

$$v_3 = \frac{v - v_2\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{v - \frac{3}{5}v\cdot\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{16}{25}v\cdot\frac{5}{4} = \frac{4}{5}v$$

Изменение внутренней энергии шара радиусом 3R, это изменение его кинетической энергии в данном случае.

$$\Delta E_3 = \frac{mv_3^2}{2} - \frac{m\cdot 0^2}{2} = \frac{mv_3^2}{2} = \frac{m}{2}\cdot\frac{16}{25}v^2 = \frac{8}{25}mv^2;$$

Ответ: $v_2 = \frac{3}{5}v$

$\cancel{v_3}$ $\Delta E_3 = \frac{8}{25}mv^2$

0