ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 1 2 7 8

Класс 11 Вариант 2 Дата Олимпиады 03.02.2019

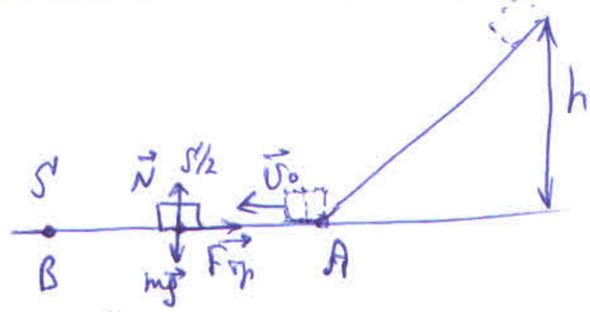
Площадка написания МГТУ им Н.Э. Баумана

| Задача | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Σ Цифрой | Σ Прописью | Подпись |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Оценка | 3 | 5 | 5 | 3 | 5 | 5 | 26 | Двадцать шесть | |

Задача №4

Дано: $h$, $\ell$, $P$, $\mu$; $m-?$

Решение:




По ЗСЭ: $mgh=\frac{mv_0^2}{2}$; $v_0=\sqrt{2gh}$ — скорость в точке A.

Работа силы трения $A=\Delta K=\frac{mv_0^2}{2}$ — работа на всем пути AB; $A=F_{тр}S=\mu mgS$;

тогда на половине пути: $\mu mg\frac{S}{2}=\frac{mv_0^2}{4}$ (т.к $F_{тр}=\mu mg=const$).

Мощность на половине $P=\frac{A}{2t_1}=\frac{\mu mgS}{2t_1}$, где $t_1$ — время прохожд. половины пути

$t_1=\frac{\mu mgS}{2P}=\frac{mv_0^2}{4P}=\frac{mgh}{2P}$. Ускорение в/рез. д-я силы трения $a=\mu g$.

~~$v=v_0-at_1=\sqrt{2gh}-\frac{m\mu g^2h}{2P}$~~

$\frac{S}{2}=v_0t_1-\frac{at_1^2}{2}$; $S=2v_0\cdot\frac{mgh}{2P}-\frac{\mu g\cdot m^2g^2h^2}{4P^2}$

Также весь путь получаем из работы: $\mu mgS=\frac{mv_0^2}{2}$; $S=\frac{2gh}{2\mu g}=\frac{h}{\mu}$.

$\frac{h}{\mu}=2\sqrt{2gh}\cdot\frac{mgh}{2P}-\frac{m^2\mu g^3h^2}{4P^2}$; $m^2\cdot\frac{\mu g^3h}{4P^2}-m\cdot\sqrt{2gh}\cdot\frac{g}{P}+\frac{1}{\mu}=0$.

$D=\frac{2g^3h}{P^2}-\frac{\mu g^3h}{P^2\mu}=\frac{g^3h}{P^2}$; $m=\frac{\left(\frac{\sqrt{2gh}\,g}{P}+\frac{g}{P}\sqrt{gh}\right)\cdot 2P^2}{\mu g^3h}$

$\boxed{m=\frac{2P}{\mu g}\sqrt{\frac{2}{gh}}+\frac{2P}{\mu g\sqrt{gh}}=\frac{2P}{\mu g\sqrt{gh}}(\sqrt2+1)}$

Ответ: $m=\frac{2P}{\mu g\sqrt{gh}}(\sqrt2+1)$

3

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 1 2 7 8

Задача №5. Решение:

Дано: $m, k$

$x_{max}$ - ?

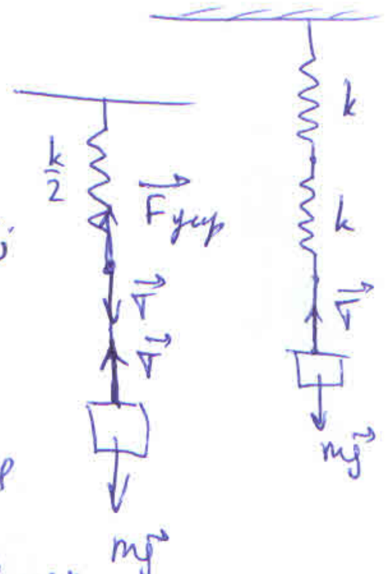
2 пружины ж-ю $k$ эквивалентны 1й пружине жесткостью $\frac{k}{2}$;

Рассм. положение груза в верхнем амплитудном положении, т.к. там max. ускорение, напр. вниз:

II зн Ньютона: $mg - T = ma_{max}$;

нить невесомая $\Rightarrow$ $T = F_{упр}$;

нас интересуют такие значения ускорения $a_{max}$, что $T > 0$, т.е. $mg > ma_{max}$; $g > a_{max}$.




$a_{max} = \omega^2 \cdot x_{max}$; ~~$\omega = \sqrt{m}$~~ $\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$;

тогда $a_{max} = \frac{k}{2m} x_{max}$ и $g > \frac{k}{2m} x_{max}$; $\boxed{x_{max} < \frac{2mg}{k}}$

значит максимально можно оттянуть на $x_{max} = \frac{2mg}{k}$, чтобы нить была натянута.

Ответ: $\frac{2mg}{k}$.

(+) 5

Задача №2.

Дано: $F$, $d$, $D$, $f$

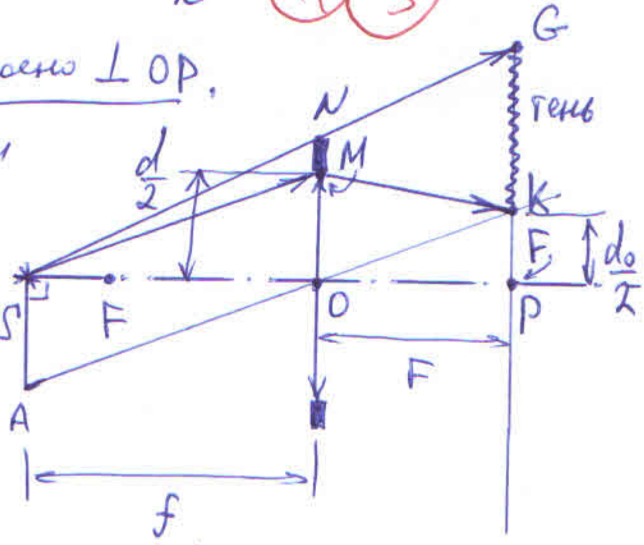
$d_0$ - ?

Решение:

на построенном чертеже $S'A$ построено $\perp OP$.

луч $NG$ - ~~вер~~ на пересеч. с экраном дает больший круг тени;

луч, преломившийся в линзе ($MK$) дает меньший круг тени, диаметром $\frac{d_0}{2}$.




Имеем пару подобных:

$\Delta S'OA \sim \Delta POK$ (по 2м углам)

тогда $\frac{S'O}{S'A} = \frac{PO}{PK}$; т.к. $S'AOM$ — параллелограмм, то $S'A = OM = \frac{d}{2}$; $KP = \frac{d_0}{2}$; $S'O = f$; $OP = F$.

тогда: $\frac{2f}{d} = \frac{F \cdot 2}{d_0}$; $\boxed{d_0 = \frac{F}{f} \cdot d}$

Ответ: $\frac{F}{f} \cdot d$.

(+) 5

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

**Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!**

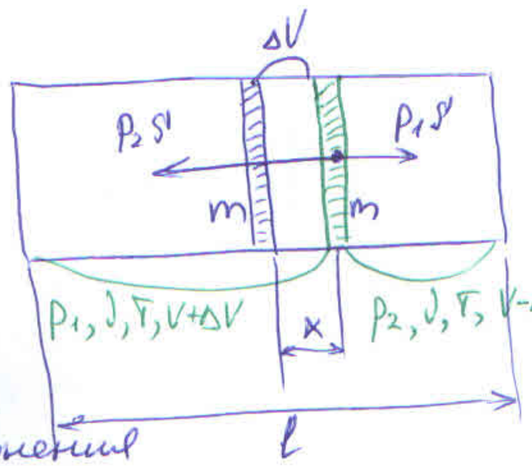
**ШИФР** 4 1 2 7 8

№1

Дано:
$l$
$m$
$\nu$
$T$

$\tau$ - ?

Решение:




Обозначим площадь поршня $S'$; по з-ну Клапейрона-Менделеева:

$$p_1 (V+\Delta V) = \nu R T$$

$$p_2 (V-\Delta V) = \nu R T$$ , $p_2 \leq p_H$

Зеленым цветом - смещенное положение поршня после отклонения на малую величину $x$ справедливо соотношение

$$p_2 - p_1 = \frac{\nu R T}{V-\Delta V} - \frac{\nu R T}{V+\Delta V};$$ $$V = \frac{S' l}{2}; \ \Delta V = S' x.$$

тогда $$p_2 - p_1 = \frac{\nu R T}{S'}\left(\frac{1}{l/2 - x} - \frac{1}{l/2 + x}\right) = \frac{\nu R T}{S'} \cdot \frac{2x}{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - x^2}$$

по II му з-ну Ньютона:

$$p_2 S' - p_1 S' = +ma; \quad (p_2 - p_1) S' = ma;$$

$$\frac{\nu \cdot R T \cdot 2x}{\frac{l^2}{4} - x^2} = -m\ddot{x}$$ (т.к. знак координаты и ускорения различен).

Кроме того, колебания малые, поэтому по сравнению с длиной цилиндра в квадрате можно пренебречь величиной малой, которая в квадрате,

поэтому $\left(\frac{l^2}{4} - x^2\right) \approx \frac{l^2}{4}$; т.е. $\frac{8\nu R T x}{l^2} + m\ddot{x} = 0$.

$$\ddot{x} + \frac{8\nu R T}{m l^2} \cdot x = 0.$$ — дифференциальное уравнение колебаний, его стандартный вид: $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, т.е

$$\frac{8\nu R T}{m l^2} = \omega^2; \quad \omega = \sqrt{\frac{8\nu R T}{m l^2}}; \quad \tau = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m l^2}{8\nu R T}}$$

$$\boxed{\tau = \pi l \sqrt{\frac{m}{2\nu R T}}}$$

Ответ: $\tau = \pi l \sqrt{\frac{m}{2\nu R T}}$.

3

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

**Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!**

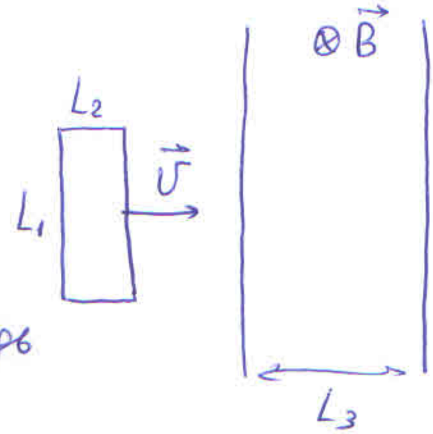
**ШИФР** | 4 | 1 | 2 | 7 | 8 |

Задача 6

Решение:

Дано:
$R = 1$ (Ом)
$v = 10$ м/с
$B = 0{,}5$ Тл
$L_1 = 0{,}10$ м
$L_2 = 0{,}05$ м
$Q - ?$

$L_2 < L_3$




в рамке будет возникать ЭДС индукции, когда она будет пересекать границу поля, т.е когда будет увеличиваться площадь рамки, нах-ся в поле.

по Закону Фарадея:

$$\mathcal{E}_i = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{B\cdot dS\cdot \cos\alpha}{dt} = \frac{B\cdot L_1\cdot dl}{dt} = BL_1\cdot v.$$

По Закону Джоуля–Ленца: $Q_1 = \frac{\mathcal{E}_i^2}{R}\cdot t$, где $t$ – время прохождения рамкой границы; $t = \frac{L_2}{v}$.

$$Q_1 = \frac{B^2L_1^2\cdot v^2}{R\cdot v}\cdot L_2 = \frac{B^2L_1^2L_2v}{R};$$ но рамка еще и выйдет из поля, поэтому в ней возникнет та же по модулю ЭДС индукции в течение того же времени, т.е. выделится то же тепло.

$$\boxed{Q = 2Q_1 = \frac{2B^2L_1^2L_2v}{R}}$$

$$Q = \frac{2\cdot 0{,}5^2\cdot 0{,}1^2\cdot 0{,}05\cdot 10}{1} = 2{,}5\cdot 10^{-3}\ (\text{Дж})$$

Ответ: 2,5 мДж.

+ 5

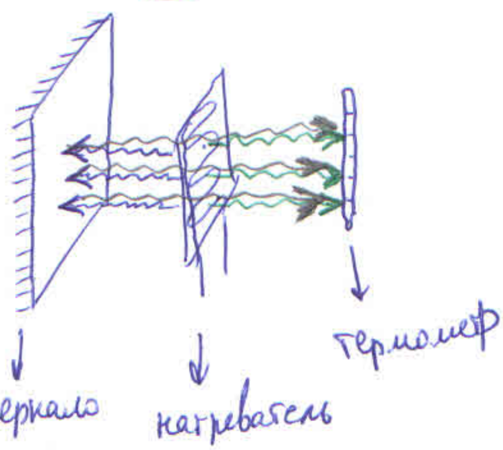
Задача 3

Решение:

Дано:
$U_0 = 220$ В
$U_1 - ?$

Сперва, когда не было зеркала, ~~нагреватель излучал тепло,~~ ~~мощное~~ на термометр "попадало" тепло, мощность:

$$P_0 = \frac{U_0^2}{R},$$ сост-е половину от всего, излуч-ного нагревателем.




после установки зеркала та часть тепла, которая уходила влево, отражается без потерь энергии и вся попадает на термометр.

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R} + \frac{U_1^2}{R};\quad P_0 = P_1,\ \text{т.е.}\ \frac{U_0^2}{\cancel{R}} = \frac{2U_1^2}{\cancel{R}}\quad U_1^2 = \frac{U_0^2}{2};\ \boxed{U_1 = \frac{U_0}{\sqrt{2}}}$$

$$U_1 = \frac{220}{\sqrt{2}} = 156\ \text{В}.$$

Ответ: 156 В.

+ 5