

Класс 10 Вариант 7 Дата Олимпиады 11.02.14

 Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	2	5	5	10	10	0	15	-	0	52	пятьдесят два	

1. $(x-1)(x-3)(x-5) = x(x^2-9)$
 $x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = x^3 - 9x$
 $9x^2 - 32x + 15 = 0$
 $D = 1024 - 540 = 484$
 $x = \frac{32 \pm 22}{18} = \frac{5}{9}; 3$

 Ответ: $3; \frac{5}{9}$ ✓

2. $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+1} = 2$

$$\sqrt{x-1} = 2 - \sqrt{3x+1}$$

$$x-1 = 2 - 4\sqrt{3x+1} + 3x+1$$

$$2x+4 = 4\sqrt{3x+1} \quad | :2$$

$$x+2 = 2\sqrt{3x+1}$$

$$x^2 + 4x + 4 = 4(3x+1)$$

$$x^2 - 8x = 0$$

$$x(x-8) = 0$$

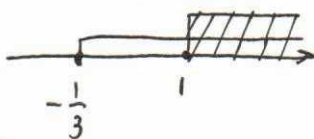
$$x=0 \quad x=8$$

не уя. 023

 Ответ: 8

023: $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 3x+1 \geq 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq -\frac{1}{3} \end{cases} \quad \checkmark$$



не уя.

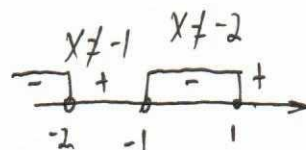
3. $\frac{2}{x+1} \geq \frac{3}{x+2}$

$$\frac{2x+4-3x-3}{(x+1)(x+2)} \geq 0$$

$$\frac{1-x}{(x+1)(x+2)} \geq 0 \quad \checkmark$$

$$\frac{x-1}{(x+1)(x+2)} \leq 0$$

$$x=1$$


 Ответ: $(-\infty; -2); (-1; 1]$ ✓

023: $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -2 \end{cases}$

ШИФР 4326

4. $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = \frac{11}{12}$

$$\log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x + \frac{1}{3} \log_3 x = \frac{11}{12}$$

Замена: $\boxed{\log_3 x = k}$ ✓

$$k + \frac{1}{2}k + \frac{1}{3}k = \frac{11}{12}$$

$$\frac{11 \cdot k}{6} = \frac{11}{12}$$

$$k = \frac{1}{2}$$

$$\log_3 x = \frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt{3}$$

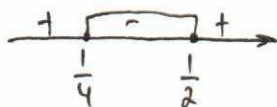
Ответ: $\sqrt{3}$ ✓

5. $8 \cdot 4^x + 1 \leq 6 \cdot 2^x$

Замена: $\boxed{2^x = t}$, $t > 0$

$$8t^2 - 6t + 1 \leq 0$$

$$(t - \frac{1}{2})(t - \frac{1}{4}) \leq 0$$



$$\begin{cases} t \geq \frac{1}{4} \\ t \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$t \leq \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} 2^x \geq \frac{1}{4} \\ 2^x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2^x \leq \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} 2^x \geq 2^{-2} \\ 2^x \leq 2^{-1} \end{cases}$$

$$2^x \leq 2^{-1}$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$x \leq -1$$



Ответ: $[-2; -1]$ ✓

ДДЗ: $x > 0$

Пусть x - кол-во ангорских кошек

6. сибирская ангорская персидская сиамская
 $3x - 13$ x $3x$ $2x$

всего: 44

$$x + 3x + 2x + 3x - 13 = 44$$

$$9x = 90$$

$$x = 10$$

Ответ: сибирская - 14

ангорские - 10 ✓

персидские - 30

сиамская - 20

7. При $x = 1$

$$\lg(2^x - 1), \lg 2, \lg(2^x + 1)$$

$$\Downarrow$$

$$\lg 1, \lg 2, \lg 3$$

Ответ: 1

8.

Дано:

$\triangle ABC$

$\angle B = 90^\circ$

ОПР (A; N)

$AK = AN = 6$

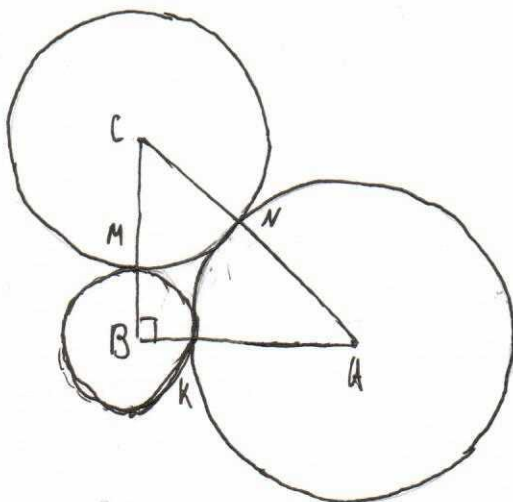
Окр (C; N)

$CM = CN = 4$

Окр (B; K)

$MB = BK$

$BK = ?$



1. пусть $BK = MB = x$

2. т.к. $\triangle ABC = \text{прям.}$

$$CA^2 = CB^2 + BA^2$$

$$CA = AN + CN = 10$$

$$CB = x + CM = 4 + x$$

$$BA = x + AK = 6 + x$$

$$10^2 = (4+x)^2 + (6+x)^2$$

$$100 = 16 + 8x + x^2 + 36 + 12x + x^2$$

$$2x^2 + 20x - 48 = 0$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$D = 100 + 96 = 196$$

$$x = \frac{-10 \pm 14}{2} = 2; -12$$

не подходит

Ответ: 2 ✓

10.

$$A^3 + 3A$$

при $A = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$

$$\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} \right)^3 + 3 \left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} \right) =$$

$$= \left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} \right) \left(\sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)^2} + \sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} + \sqrt[3]{(\sqrt{5}-2)^2} \right) + 3 \left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} \right) =$$

$$= \left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} \right) \left(\sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)^2} + \sqrt[3]{5-4} + \sqrt[3]{(\sqrt{5}-2)^2} + 3 \right) = \left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} \right) \left(\sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)^2} + \sqrt[3]{(\sqrt{5}-2)^2} + 4 \right)$$